



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth
16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt
usepackage[polish]{babel} usepackage[OT4]{fontenc} usepackage[utf8]{inputenc} %
----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} begin {document} title{Kółko 27.10 - Dirichlet} date{}
maketitle Teoria: begin{enumerate} item Dirichlet jest wszędzie, nawet tam, gdzie się
go nie spodziewasz... Bądź ostrożny, żeby Cię nie dopadł :) item begin{thm}[Zasada
szufladkowa, Dirichleta, gniazd gołębic ...] Jeżeli mamy  $n+1$  przedmiotów i  $n$ 
szufladek i wkładamy przedmioty do szufladek, to w pewnej szufladce będą 2
przedmioty.end{thm} item Inne często używane sformułowanie: Jeżeli mamy  $n$ 
przedmiotów i  $n$  szufladek i wkładamy przedmioty do szufladek tak, że w żadnej szufladce nie
ma więcej niż jednego przedmiotu, to każda szufladka jest niepusta. item
begin{thm}[Zasadnicze twierdzenie arytmetyki :p] Jeżeli  $a|bc$  i  $a$  jest względnie
pierwsze z  $b$ , to  $a|c$ .end{thm} end{enumerate} Zadanka: Wszystkie liczby są
całkowite, a w większości również dodatnie. begin{enumerate} item Z obozu dla
przypomnienia: W turnieju szachowym startuje  $n \geq 2$  zawodników. Każda para rozgrywa
dokładnie jeden mecz. Udowodnić, że w każdej chwili turnieju istnieje 2 graczy, którzy rozegrali
(do końca) po tyle samo partii. item Niech  $a_1, a_2, \dots, a_n$  będą liczbami całkowitymi.
Udowodnij, że istnieją takie  $1 \leq k \leq l \leq n$ , że  $a_k + a_{k+1} + \dots + a_l$  jest podzielne
przez  $n$ . (link z mathlinks) item Udowodnij, że dla dowolnego  $a$  niepodzielnego przez  $p$ 
( $p$  - pierwsze), w ciągu liczb  $0, a, 2a, \dots, (p-1)a$  istnieje liczba dająca resztę  $1$  z
```

Dirichlet

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
niedziela, 07 lutego 2010 17:12 -

dzielenia przez p . item Udowodnij chińskie twierdzenie o resztach, czyli dowiedz, że jeśli n, m są względnie pierwsze (i dodatnie), to dla dowolnych a, b istnieje takie x , że $x \equiv a \pmod n$ i $x \equiv b \pmod m$. (mathlinks) item Udowodnij "słabsze twierdzenie Fermata": dla danej liczby pierwszej p i dodatniej liczby a istnieje takie n , $2 \leq n < p$, że $p \mid a^n - a$.

item Kozik przygotowuje się do OI. Załatwił sobie zwolnienie na 11 tygodni (!!!). W tym czasie zamierza dziennie robić co najmniej 1 zadanko, ale w każdym pełnym tygodniu nie zrobić więcej niż 12 zadań (żeby się nie przemęczać). Udowodnij, że istnieją takie a, b , że od dnia a do dnia b (włącznie) Kozik rozwiązał dokładnie 21 zadań. (mathlinks) item Danych jest 6 punktów o współrzędnych całkowitych na płaszczyźnie. Udowodnić, że środek pewnego odcinka o końcach w tych punktach ma współrzędne całkowite. item W trójkącie równobocznym o boku 12 umieszczono 300 punktów, z których żadne 3 nie leżą na jednej prostej. Udowodnij, że pewne 3 z nich tworzą trójkąt o polu mniejszym niż $\frac{1}{2}$ i obwodzie niewiększym niż 3. (staszic) item (*) Wykazać, że dla dowolnej liczby pierwszej p istnieją takie x, y, k całkowite, że 0