



[
Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: mlodsi.tex % Created: Mon Feb 20 10:00 AM 2012 C % Last Change: Mon
Feb 20 10:00 AM 2012 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin
0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import}
%usepackage{MnSymbol} % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm
noindentemph{#1} } {hfillpar} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}}}{hfillpar} defabs
#1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} subimport{../}{style.sty}
defsectionwidth{8cm} %include{style} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko I~LO
Białystok} defdate{20 lutego 2012} begin{document} section{Geo musi odejść} emph{Sporo
zadań z~tego kółka jest wziętych ze skryptu dra Pompe.} subsection{Teoria} Styczne do
okręgu  $\odot$  wypuszczone z~punktu  $P$  są równej długości, bo są symetryczne względem
prostej łączącej  $P$  ze środkiem okręgu. Liczyłeś na więcej teorii? Nie dzisiaj.
begin{problem} Odcinki  $AB$  i  $CD$  są wspólnymi stycznymi zewnętrznymi okręgów  $\odot_1$ ,
 $\odot_2$  (na kółku wyjaśnię, co to znaczy). Uzasadnij, że  $|AB| = |CD|$ . end{problem} Dla
uproszczenia notacji:  $a := |BC|$ ,  $b := |CA|$ ,  $c := |AB|$  gdzie  $ABC$  jest trójkątem.
begin{problem} Niech  $D$ ,  $E$ ,  $F$  będą punktami styczności okręgu wpisanego w~$ triangle
```

Styczne i okręgi wpisane

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

poniedziałek, 20 lutego 2012 19:01 - Poprawiony poniedziałek, 20 lutego 2012 19:33

ABC\$ do boków \$BC, CA, AB\$ odpowiednio. Uzasadnij, że $[|AE| = |AF| = \frac{b+c-a}{2}, \text{quad } |BD| = |BF| = \frac{a+c-b}{2}, \text{quad } |CD| = |CE| = \frac{a+b-c}{2}]$] end{problem} begin{problem} **Okrąg dopisany** do boku \$AB\$ trójkąta \$ABC\$ to okrąg styczny do \$AB\$ i~do przedłużeń boków \$BC, CA\$. Oznaczmy punkty styczności tego okręgu do \$BC, CA, AB\$ jako \$D, E, F\$ odpowiednio. Udowodnij, że $[|AF| = |AE| = \frac{a+c-b}{2}, \text{quad } |BF| = |BD| = \frac{b+c-a}{2}, \text{quad } |CD| = |CE| = \frac{a+b-c}{2}]$] end{problem} begin{problem} Okręgi dopisane do boków \$AC, BC\$ trójkąta \$ABC\$ są styczne do tych boków w~\$E, D\$ odpowiednio. Udowodnij, że \$AE = BD\$. end{problem} begin{problem} Niech \$D_1\$ będzie punktem styczności okręgu dopisanego do boku \$AB\$ trójkąta \$ABC\$ z~bokiem \$AB\$. Niech \$D_2\$ będzie punktem styczności okręgu wpisanego w~\$ABC\$ do boku \$AB\$. Uzasadnij, że \$D_1, D_2\$ są symetryczne względem środka \$AB\$. end{problem} begin{problem} Okręgi \$o_1\$ i~\$o_2\$ są styczne w~\$X\$. Prosta \$AB\$ jest ich wspólną styczną zewnętrzną, przy czym \$A, B\$ są punktami styczności. Uzasadnij, że \$\angle AXB = 90^\circ\$. end{problem} begin{problem}[Zadanie z~\$star\$] Udowodnij, że w~czworokąt wypukły \$ABCD\$ można wpisać okrąg wtedy i~tylko wtedy, gdy \$AB + CD = AD + BC\$. **Wskazówka:** gdy mamy okrąg wpisany, jest prosto. W~drugą stronę trzeba narysować okrąg styczny do trzech boków i~skorzystać z~nierówności trójkąta.} end{problem} begin{problem} Wykaż, że w~czworokąt wypukły \$ABCD\$ można wpisać okrąg wtedy i~tylko wtedy, gdy okręgi wpisane w~trójkąty \$ABD\$ i~\$BCD\$ są styczne. end{problem} end{document}