
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: mlodsi.tex % Created: Mon Jan 16 08:00 AM 2012 C % Last Change: Mon Jan 16 08:00 AM 2012 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } {hfillpar} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}}\} {hfillpar} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} subimport{../}{style.sty} defsectionwidth{9cm} %include{style} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{16 stycznia 2012} begin{document} section{Punkty szczególne w~trójkącie} begin{minipage}{12cm} begin{thm} Trzy symetralne boków trójkąta przecinają się w~jednym punkcie, będącym emph{środkiem okręgu opisanego} na trójkącie. Punkt ten zwykle oznaczamy \$O\$. end{thm} end{minipage}begin{minipage}{4cm} includegraphics{O} end{minipage} begin{minipage}{12cm} begin{thm} Trzy środkowe trójkąta przecinają się w~jednym punkcie, zwanym emph{środkiem ciężkości} trójkąta. Punkt ten zwykle oznaczamy \$M\$. end{thm} end{minipage}begin{minipage}{4cm} includegraphics{M} end{minipage} begin{minipage}{12cm} begin{thm} Trzy dwusieczne kątów trójkąta przecinają się w~jednym punkcie, będącym emph{środkiem okręgu wpisanego} w~trójkąt. Punkt ten zwykle oznaczamy I. end{thm} end{minipage}begin{minipage}{4cm} includegraphics{I} end{minipage} begin{minipage}{12cm} begin{thm} Trzy wysokości trójkąta przecinają się w~jednym punkcie, zwanym emph{ortocentrum} trójkąta. Punkt ten zwykle oznaczamy H. end{thm} end{minipage}begin{minipage}{4cm} includegraphics{H} end{minipage} begin{problem} Uzasadnij, że jeśli $ triangle ABC$ jest równoboczny, to $I = O = H = M$, gdzie I, O, H, M są punktami szczególnymi $ triangle ABC$ zdefiniowanymi wyżej. end{problem} begin{problem} W~pewnym trójkącie H pokrywa się z~O. Udowodnij, że trójkąt ten jest równoboczny. end{problem} begin{problem} W~pewnym trójkącie I pokrywa się z~O. Udowodnij, że trójkąt ten jest równoboczny. end{problem} begin{problem} Niech A_1,B_1,C_1 oznaczają odpowiednio środki boków BC, CA, AB trójkąta $ triangle ABC$. Który z~punktów szczególnych $ triangle ABC$ jest równy środkowi ciężkości $ triangle A_1B_1C_1$ a~który jest równy ortocentrum $ triangle A_1B_1C_1$? end{problem} begin{problem} Niech $ triangle ABC$ będzie trójkątem. Niech H_A, H_B, H_C będą przecięciami wysokości opuszczonych z~A, B, C z~bokami BC, CA, AB odpowiednio. Uzasadnij, że wysokości $ triangle ABC$ są dwusiecznymi trójkąta $ triangle H_AH_BH_C$ i~wywnioskuj, że H jest środkiem okręgu wpisanego w~$H_AH_BH_C$. end{problem} begin{problem}[Zadanie $star$] Niech $ triangle ABC$ będzie trójkątem. Uzasadnij, że istnieje okrąg styczny do boku AB od zewnątrz oraz do przedłużeń boków CA, CB. Nazywamy go emph{okręgiem dopisanym} do boku AB trójkąta $ triangle ABC$, a~jego środek oznaczamy J_{AB}. Dalej I oznacza środek okręgu wpisanego w~$ triangle ABC$, a~$J = J_{AB}$. emph{Przy poniższych podpunktach warto pamiętać o~sposobie, w~jaki konstruowaliśmy J_{AB} i~własnościach dwusiecznych.} begin{enumerate} item Udowodnij, że punkty C, I, J są współliniowe. item Uzasadnij, że $ angle IAJ = angle IBJ = 90^circ$. item Niech K będzie środkiem odcinka IJ. Wykaż, że A, B, I, J leżą na okręgu o~środku w~K. item Dowiedź, że K leży na okręgu opisanym na $ triangle ABC$, na dwusiecznej kąta $ angle BCA$ oraz na symetralnej odcinka AB. end{enumerate} end{problem} begin{cor} Dwusieczna kąta $ angle C$ i~symetralna AB przecinają się w~punkcie leżącym na okręgu opisanym na $ triangle ABC$. end{cor} end{document}