



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: mlodsi.tex % Created: Sun Mar 04 08:00 PM 2012 C % Last Change: Sun
Mar 04 08:00 PM 2012 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 26cm oddsidemargin
0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import}
%usepackage{MnSymbol} % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm
noindentemph{#1} } {hfillpar} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}}}{hfillpar} defabs
#1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} subimport{../}{style.sty}
defsectionwidth{10cm} %include{style} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko
l~LO Białystok} defdate{5 marca 2012} begin{document} setlength{topmargin}{-0.5in}
section{Fibonacci i~rekurencja} subsection{Teoria 1} begin{defn} Ciąg Fibonacciego to
ciąg zadany równaniami [ F_0 = 0,quad F_1 = 1quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n hbox{ dla
} ngeq 2. ] end{defn} subsection{Zadania indukcyjne ważne i~proste} W~zasadzie
zadania są na mądrą indukcję. begin{problem} Na ile sposobów da się pokryć prostokąt
$2times n$ klocekami $1times 2$? end{problem} begin{problem} Udowodnij, że
$NWD(F_n, F_{n+1}) = 1$ dla każdego naturalnego $n$. end{problem} begin{problem} Niech
$n, k$ będą liczbami naturalnymi. Uzasadnij, że $F_{n+1} F_k + F_n F_{k-1} = F_{n+k}$.
```

Kombiantoryka II -- ciąg Fibonacciego

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
poniedziałek, 05 marca 2012 20:21 -

end{problem} subsection{i~indukcyjne proste i~ważne} begin{problem} Niech n będzie liczbą naturalną. Uzasadnij, że $F_1 + F_3 + F_5 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}$. end{problem} begin{problem} Niech n będzie liczbą naturalną. Uzasadnij, że $F_0 + F_1 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$. end{problem} begin{problem} Niech n będzie liczbą naturalną. Udowodnij, że $\sum_{i=1}^n iF_i = nF_{n+2} - F_{n+3} + 2$. end{problem} begin{problem} Niech n będzie liczbą naturalną. Udowodnij, że $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$. end{problem} subsection{Teoria 2} Ciąg jest na tyle prosty, że spotyka się go wszędzie. A~jak można liczyć wartości? Po kolei~--- trochę wolno. Można też skorzystać ze wzoru $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left(\varphi_1^n - \varphi_2^n \right) = \frac{\varphi_1^n - \varphi_2^n}{\varphi_1 - \varphi_2}$, gdzie $\varphi_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} > \varphi_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ są pierwiastkami równania $x^2 = x + 1$. subsection{Zadania trudniejsze} begin{problem} Uzasadnij, że jeżeli n są liczbami naturalnymi, to $F_n | F_m$. end{problem} begin{problem} Uzasadnij, że jeżeli m, n są liczbami naturalnymi, to $\text{NWD}(F_n, F_m) = F_{\text{NWD}(n, m)}$. end{problem} begin{problem} Udowodnij tożsamość $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} F_k = F_{2n}$.]
emph{Wskazówka: jeżeli robisz algebraicznie, to pamiętaj, że $\varphi_i^2 = \varphi_i + 1$.} end{problem} end{document}