** **
Zadania PDF.

Zadania przygowała Aleksandra Baranowska

Źródło zadań w texu.

documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} %usepackage{MnSymbol} % --- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} include{style} defdeg{^{circ}} begin{document} section{Okręgi i potęga punktu} paragraph{Teoria} begin{enumerate} item emph{Kąt środkowy} w okręgu to kąt, którego wierzchołkiem jest środek danego okręgu. item emph{Kąt wpisany} w okrąg to kąt, którego wierzchołek leży na okręgu, a ramiona zawierają cięciwy. Kąty wpisane oparte na tym samym łuku są równe. item begin{thm} Jeżeli kąt środkowy i wpisany oparte są na tym samym łuku, to kąt środkowy ma miarę dwukrotnie większą, niż kąt wpisany.end{thm} item begin{thm} Kąt pomiędzy cięciwą i styczną przechodzącą przez koniec tej cięciwy równy jest połowie kąta środkowego opartego na tej cięciwie.end{thm} item begin{defn}Niech będzie dany okrąg o o środku w O i promieniu r oraz punkt A. Niech prosta k przechodzi przez punkt A i przecina okrąg o w punktach B i C. Wtedy potęgą punktu A względem okręgu o nazywamy iloczyn $|AB| cdot |AC|$, jeżeli punkt A leży na zewnątrz okręgu i $-|AB| cdot |AC|$, jeżeli leży on wewnątrz. Iloczyn ten jest niezależny od wyboru prostej k. Potęga punktu A jest też równa $$|AO|^2 - r^2$$ end{defn} end{enumerate} paragraph{Zadania} begin{enumerate} item Trapez $ABCD$, w którym $AB || CD$ oraz $angle BCA = 90deg$ wpisano w okrąg o promieniu r. Punkt S jest środkiem podstawy AB. Udowodnić, że $|SD| = r$. item Trójkąt ABC jest opisany na okręgu. Punkty K ,L, M są punktami styczności okręgu do boków AB, BC, CA odpowiednio. Wiedząc, że $angle KML = 40deg$ i $angle MKL= 60deg$, wyznacz kąty w trójkącie ABC. item Trapez $ABCD$, w którym $AB || CD$ oraz $angle ABC = alpha$, wpisano w okrąg o środku w S. Wiedząc, że $angle BAS = beta$, znajdź $angle DSC$. item W trójkącie ABC, w którym $|AC| = |BC|$, kąt przy podstawie ma miarę $75deg$. Udowodnij, że podstawa trójkąta ma długość równą długości promienia okręgu opisanego na ABC. item Używając oznaczeń z punktu piątego teorii, udowodnij, dla punktu A leżącego na zewnątrz o, że iloczyn $|AB| cdot |AC|$ jest niezależny od wyboru prostej. item Wykaż, że jeżeli odcinki AB i CD przecinają się w E i zachodzi $|AE| cdot |BE| = |CE| cdot |DE|$, to punkty A, B, C, D leżą na jednym okręgu. item Punkty E, F leżą na bokach AC, AB trójkąta ABC odpowiednio. Odcinki BE i CF przecinają się w M i zachodzi $|MB| cdot |ME| = |MC| cdot |MF|$. Udowodnij, że zachodzi $|AE| cdot |AC| = |AF| cdot |AB|$. end{enumerate} end{document}