PROS 09 -- wykład o nierównościach

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
niedziela, 07 lutego 2010 16:31 -

** **
Zadania PDF.

Zadania przygotował Karol Kowalski

Źródło zadań w texu.

```
documentclass[10pt]{article}  usepackage{amssymb}  usepackage{amsmath}  textwidth 16cm
textheight 24cm  oddsidemargin 0cm  topmargin 0pt  headheight 0pt  headsep 0pt
usepackage[polish]{babel}  usepackage[utf8]{inputenc}  usepackage[T1]{fontenc}
%usepackage{MnSymbol}  % ------------------------------------------------------------  vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small  hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small  % THEOREMS -------------------------------------------------------
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]  newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat}  newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}  newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{}    include{style}    begin{document}  section{Warunki w
nierównościach}  begin{enumerate}  item Liczby dodatnie $a,b$ spełniają $a+b = 1$.
Udowodnić, że  $$a^2 + b^2 geq frac{1}{2} hbox{ oraz } sqrt{a} + sqrt{b} leq sqrt{2}$$
source{known}    item Liczby rzeczywiste $a,b,c$ spełniają $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Udowodnić,
że  $$-frac{1}{2} leq ab + bc + ca leq 1$$  source{known}    item Udowodnić, że jeżeli $a,b,c$
są długościami boków trójkąta, to  $$frac{a}{b+c-a} + frac{b}{a+c-b} + frac{c}{a+b-c}geq 3$$
source{known}    item Niech $a,b,c$ będą dodatnie i $abc=1$. Udowodnij, że  $$ab+bc+ca geq
3$$  source{known}    item Liczby $a_1,a_2,dots,a_n$ są dodatnie i takie, że $a_1a_2dots a_n
=1$. Udowodnij, że  $$(1+a_1)(1+a_2)dots(1+a_n)geq 2^n$$  source{Koło PTMu}    item *
Niech $a,b$ będą liczbami dodatnimi, takimi, że $a+b = 1$. Udowodnić, że  $$frac{a^2}{a+1} +
frac{b^2}{b+1} geq frac{1}{3}$$  source{Jungary 1996, Hoojoo Lee}    end{enumerate}
end{document}
```