** **
Zadania PDF.

Zadania przygotował Mateusz Jocz

Źródło zadań w texu.

```
documentclass[10pt]{article}  usepackage{amssymb}  usepackage{amsmath}  textwidth 16cm
 textheight 24cm  oddsidemargin 0cm  topmargin 0pt  headheight 0pt  headsep 0pt
usepackage[polish]{babel}  usepackage[utf8]{inputenc}  usepackage[T1]{fontenc}
%usepackage{MnSymbol}  % --------------------------------------------------------------  vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small  hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small  % THEOREMS -------------------------------------------------------
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]  newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat}  newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}  newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{}  begin{document}  title{Nierówności wynikające ze średnich}  date{}
 maketitle  paragraph{Teoria}  begin{enumerate}    item Nierówności między średnimi dla dwóch
liczb: Jeśli $a,b>0$, to  [frac{2}{frac{1}{a}+frac{1}{b}}leq sqrt{ab}leq frac{a+b}{2}leq
sqrt{frac{a^2+b^2}{2}}]    item Ważne nierówności wynikające ze średnich (dla $a,b>0$):
begin{enumerate}   item $a+bgeq 2sqrt{ab}$   item $a+1geq 2sqrt{a}$   item $a+frac{1}{4}geq
sqrt{a}$   item $a+frac{1}{a}geq 2$   item $frac{a}{b}+frac{b}{a}geq 2$   item $2(a^2+b^2)geq
(a+b)^2geq 4ab$   item $frac{1}{a}+frac{1}{b}geq frac{2}{sqrt{ab}} geq frac{4}{a+b}$
end{enumerate}  item Nierówności między średnimi dla większej ilości liczb: Jeżeli liczby
$a_1,a_2cdots,a_n$ są dodatnie, to [frac{n}{frac{1}{a_1}+frac{1}{a_2}+cdots+frac{1}{a_n}}leq
sqrt[n]{a_1a_2cdots a_n}leq frac{a_1+a_2+cdots+a_n}{n}leq
sqrt{frac{a_1^2+a_2^2+cdots+a_n^2}{n}}]    end{enumerate}    paragraph{Zadania}
begin{enumerate}    item Udowodnić, że jeżeli $a,b$ są liczbami dodatnimi takimi, że $a+b=1$,
to zachodzi nierówność: [(a+frac{1}{a})^2+(b+frac{1}{b})^2geq frac{25}{2}]    item Udowodnić, że
```

dla dowolnych nieujemnych liczb a,b zachodzi nierówność: [(a+b)^4geq 8ab(a^2+b^2)]   item Udowodnić, że dla dowolnych nieujemnych liczb a,b,c zachodzi nierówność: [(a+b)(b+c)(c+a)geq 8abc]   item Udowodnić, że dla $a,binmathbb{R}$ jest [4b^2+a^2geq 4ab]   item Wykazać, że dla dodatnich liczb a,b, takich, że $ab=4$, prawdziwa jest nierówność: [frac{(a+1)^3}{b+1}+frac{(b+1)^3}{a+1}geq 18]   item Udowodnić, że jeżeli a,b,c są liczbami dodatnimi spełniającymi warunek $abc(a+b+c)=1$, to prawdziwa jest nierówność: [(a+b)(a+c) geq 2]   item Udowodnić, że dla dowolnych liczb nieujemnych a,b zachodzi nierówność: [frac{1}{2}(a+b)^2+frac{1}{4}(a+b)geq asqrt{b}+bsqrt{a}]   item Wykazać, że dla nieujemnych a,b,c prawdziwa jest nierówność: [2(frac{a+b}{2}-sqrt{ab})leq 3(frac{a+b+c}{3}-sqrt[3]{abc})] item Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a,b,c zachodzi nierówność: begin{enumerate}   item [frac{2}{a+b}+frac{2}{b+c}+frac{2}{c+a} geq frac{9}{a+b+c}]   item [frac{a}{b+c}+frac{b}{c+a}+frac{c}{a+b} geq frac{3}{2}] end{enumerate}   item Wykazać, że dla $a,binlangle0;1rangle$ prawdziwa jest nierówność: [ab(1-a)(1-b)leq frac{1}{16}] end{enumerate} end{document}