

## Zadania dodatkowe ze środy i czwartku

### Zadania

1. Udowodnić, że dla  $n$  całkowitego dodatniego

$$1 > \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}$$

2. Udowodnić, że dla  $n$  całkowitego dodatniego

$$1 > \frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} + \cdots + \frac{n}{2^{n+1}}$$

3. Obliczyć, dla  $n$  całkowitego dodatniego,  $q \neq 1$

$$1 + q + q^2 + \cdots + q^n$$

4. Obliczyć, dla  $n$  całkowitego dodatniego,  $q \neq 1$

$$1 + 2q + 3q^2 + \cdots + nq^{n-1}$$

5. Znaleźć wszystkie rozwiązania równania

$$x^2 + y^2 = 3z^2$$

w liczbach całkowitych dodatnich.

6. (nieomawiane) Znaleźć wszystkie rozwiązania równania

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2y^2$$

w liczbach całkowitych.

7. (nieomawiane) Znaleźć wszystkie rozwiązania równania

$$x_1^4 + x_2^4 + \cdots + x_{14}^4 = 1599$$

(podpowiedź: trzeba wziąć duże modulo)

Źródło części zadań: [www.ptm.pb.bialystok.pl](http://www.ptm.pb.bialystok.pl)