



# Trochę zadaneK

KÓŁKO I LO BIAŁYSTOK  
16 STYCZNIA 2012

---

## ZADANIE 1

Wyznacz wszystkie trójki liczb  $(a, b, c) \in (0, 1]^3$ , dla których spełniona jest równość  $a+b+c = ab+bc+ca$ .

## ZADANIE 2

Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym

$$\sphericalangle DAB + \sphericalangle BCD = \sphericalangle ABC.$$

Punkt  $O$  jest środkiem okręgu opisanego na  $\triangle ABC$ . Wykaż, że punkt  $O$  jest jednakowo odległy od prostych  $AD$  i  $CD$ .

## ZADANIE 3

Niech  $p$  będzie liczbą pierwszą. Uzasadnij, że  $2^p + 3^p$  nie jest potęgą liczby naturalnej o wykładniku (naturalnym) większym od 1.

## ZADANIE 4

Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich  $a, b, c$  zachodzi nierówność

$$\frac{a}{2a+b+c} + \frac{b}{a+2b+c} + \frac{c}{a+b+2c} \leq \frac{3}{4}.$$

## ZADANIE 5

Udowodnić, że  $\binom{2n}{n}$  jest parzysty dla każdej liczby naturalnej  $n$ .

Udowodnić, że dla  $1 < k < p$  zachodzi

$$\binom{kp}{p} \equiv k \pmod{p}.$$