



# Eliminacje — klasy pierwsze

---

1. Punkty  $I, O$  to środki okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie  $\triangle ABC$ , przy czym zachodzi  $BI = BO$  oraz  $CI = CO$ , ale  $AI \neq AO$ . Znaleźć miary kątów  $\triangle ABC$ .
2. Udowodnij, że nie istnieje parzysta liczba naturalna  $k$  oraz liczby naturalne  $x, y, n$  takie, że  $3^n = x^k + y^k$ .
3. Czy istnieją takie liczby całkowite nieparzyste  $x_1, x_2, \dots, x_{2010}$ , że

$$1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{2010}}?$$

4. Na kółku Yogiego Seba przepisywał zadanie: “Rozważmy wszystkie ciągi 2011 liczb całkowitych  $(x_1, x_2, \dots, x_{2011})$  takie, że  $x_1 = 1, 0 \leq x_2 \leq 2x_1, 0 \leq x_3 \leq 2x_2, \dots, 0 \leq x_{2011} \leq 2x_{2010}$ . Powiedz, dla którego z tych ciągów wartość wyrażenia ... jest największa.”

Niestety w międzyczasie Yogi starł tablicę i Seba zdążył tylko zapamiętać, że zamiast “...” było wyrażenie postaci  $\pm x_1 \pm x_2 \pm \dots \pm x_{2010} + x_{2011}$ .

Udowodnij, że wciąż może on rozwiązać zadanie tj. wskazać ciąg, dla którego wyrażenie napisane na tablicy miało największą wartość.