Dzień trzeci

Grupa olimpijska.

1) Dany jest trójkąt ostrokątny *ABC*, przy czym $\angle ACB = 60^\circ$. Punkty *D* i *E* są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów *A* i *B* na proste *BC* i *AC*. Punkt *M* jest środkiem boku *AB*. Wykazać, ze trójkąt *DEM* jest równoboczny .
2) Ortocentrum trójkąta, to punkt przecięcia wysokości trójkąta (możesz założyć, że wysokości przecinają się w jednym miejscu). Niech P będzie punktem symetrycznym do ortocentrum ABC względem prostej AB. Udowodnij, że P leży na okręgu opisanym na trójkącie ABC.
3) Niech punkt D będzie punktem przecięcia dwusiecznej kąta C trójkąta ABC z okręgiem opisanym na tym trójkącie oraz niech I będzie środkiem okręgu wpisanego w ABC. Udowodnij, że $|AD|=|ID|=|BD|$, czyli punkty A,B, I leżą na okręgu o środku w D.
4) Ustalone punkty *A* i *B* leżą na prostej *k*. Okręgi *o*1 i *o*2 są styczne zewnętrznie w punkcie *X*. Okręgi te są również styczne do prostej *k* odpowiednio w punktach *A* i *B*. Udowodnić, że wszystkie punkty *X* utworzone przez wszystkie możliwe okręgi *o1* i *o2* (dla ustalonych *A, B, k*) leżą na jednym okręgu.
5) Udowodnić, że jeżeli E jest punktem przecięcia dwusiecznej poprowadzonej z C w trójkącie ostrokątnym ABC z bokiem AB, to $\frac{AC}{BC}=\frac{AE}{CE}$ (tw. o dwusiecznej). Wskazówka: wykorzystaj punkt D z zadania 3. Możesz założyć, że teza tego zadania jest prawdziwa, nawet jeśli jeszcze nie udało Ci się go zrobić :)

Dzień trzeci

Grupa olimpijska.

6) Dany jest trójkąt ostrokątny *ABC*, przy czym $\angle ACB = 60^\circ$. Punkty *D* i *E* są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów *A* i *B* na proste *BC* i *AC*. Punkt *M* jest środkiem boku *AB*. Wykazać, ze trójkąt *DEM* jest równoboczny .
7) Ortocentrum trójkąta, to punkt przecięcia wysokości trójkąta (możesz założyć, że wysokości przecinają się w jednym miejscu). Niech P będzie punktem symetrycznym do ortocentrum ABC względem prostej AB. Udowodnij, że P leży na okręgu opisanym na trójkącie ABC.
8) Niech punkt D będzie punktem przecięcia dwusiecznej kąta C trójkąta ABC z okręgiem opisanym na tym trójkącie oraz niech I będzie środkiem okręgu wpisanego w ABC. Udowodnij, że $|AD|=|ID|=|BD|$, czyli punkty A,B, I leżą na okręgu o środku w D.
9) Ustalone punkty *A* i *B* leżą na prostej *k*. Okręgi *o*1 i *o*2 są styczne zewnętrznie w punkcie *X*. Okręgi te są również styczne do prostej *k* odpowiednio w punktach *A* i *B*. Udowodnić, że wszystkie punkty *X* utworzone przez wszystkie takie okręgi *o1* i *o2* (dla ustalonych *A, B, k*) leżą na jednym okręgu.
10) Udowodnić, że jeżeli E jest punktem przecięcia dwusiecznej poprowadzonej z C w trójkącie ostrokątnym ABC z bokiem AB, to $\frac{AC}{BC}=\frac{AE}{CE}$ (tw. o dwusiecznej). Wskazówka: wykorzystaj punkt D z zadania 3. Możesz założyć, że teza tego zadania jest prawdziwa, nawet jeśli jeszcze nie udało Ci się go zrobić :)