



Fregaty (Fregatidae)

1. Niech a, b będą liczbami rzeczywistymi. Udowodnij, że

$$a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$$

2. Trójkąt $\triangle ABC$ jest wpisany w okrąg o . Niech I oznacza środek okręgu wpisanego w $\triangle ABC$, a D będzie punktem przecięcia dwusiecznej kąta $\angle BAC$ z o innym niż A . Udowodnić, że D jest środkiem okręgu opisanego na $\triangle BCI$.
3. Ile jest różnych tablic $m \times n$ wypełnionych liczbami ze zbioru $\{1, -1\}$ w taki sposób, że iloczyn liczb w każdej kolumnie i w każdym wierszu wynosi -1 ?
4. W trójkąt ABC wpisano okrąg, tak, że jest on styczny do boku AB w punkcie D . Udowodnić, że okręgi wpisane w trójkąty ADC i BDC mają punkt wspólny.