



Pancerniki (Dasypodidae)

1. Na obozie naukowym w Serwach uczestnicy rozwiązywać będą 2008 zadań. Na obóz ten kompletowana jest kadra. Powiemy, że osoba A jest *niegłupsza* od osoby B , jeżeli A potrafi rozwiązać wszystkie te zadania, które potrafi rozwiązać B . Powiemy, że osoba C jest w kadrze *zbędna*, jeżeli istnieje w kadrze inna osoba, która jest niegłupsza od C . Z ilu maksymalnie osób może składać się kadra, jeżeli wiadomo, że nie zawiera ona zbędnych osób?
2. Pokazać, że jeżeli x, y, z są liczbami dodatnimi, to zachodzi:

$$\frac{\sqrt{y+z}}{x} + \frac{\sqrt{x+z}}{y} + \frac{\sqrt{x+y}}{z} \geq \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{x+y+z}}$$

3. Okrąg o środku w I jest wpisany w trójkąt $\triangle ABC$ i jest styczny do AB, BC, CA w L, N, K odpowiednio. Punkt M jest środkiem odcinka AC , zaś punkt D leży na przecięciu KI i LN . Udowodnić, że punkty B, D, M są współliniowe.
Wskazówka: Użyj teorii środka masy
4. Wykazać, że jeżeli $a > 3$ jest liczbą całkowitą nieparzystą, to dla dowolnej liczby naturalnej n , liczba

$$a^{2^n} - 1$$

ma co przynajmniej $n + 1$ różnych dzielników pierwszych.