



PROSERWY - dzień czwarty

1. Rozpatrujemy wszystkie trapezy $ABCD$, o podstawach AB i CD , dla których

$$|AC| = 1, \quad |BD| = \sqrt{3} \text{ oraz } \angle ABD = 30^\circ$$

Wyznacz najmniejszą możliwą sumę długości podstaw tego trapezu.

2. Wyznaczyć największy możliwy iloczyn liczb całkowitych dodatnich o sumie równej 2009.
3. Baran i Kaczor grają w następującą grę. Na początku na tablicy napisana jest liczba całkowita dodatnia n . W jednym ruchu gracz odejmuje od w napisanej w danym momencie na tablicy liczby jej dzielnik będący jedyką, liczbą pierwszą, lub iloczynem dwóch (niekoniecznie różnych) liczb pierwszych i wynikiem odejmowania zastępuje wcześniejszą liczbę. Pierwszy ruch wykonuje Baran, a następnie gracze wykonują ruchy na przemian. Wygrywa gracz, który napisze na tablicy liczbę 0. Rozstrzygnąć, dla jakich liczb n Baran może zapewnić sobie wygraną, niezależnie od ruchów Kaczora.
- (a) Teza: Wygraną można zapewnić dla liczb niepodzielnych przez 8.
 - (b) Indukcja po n .
 - (c) Osiem przypadków \rightarrow udowodnić, że z podzielnej przez 8 można przejść tylko do niepodzielnej, a z niepodzielnej można zawsze przejść do podzielnej.



PROSERWY - dzień czwarty

1. Rozpatrujemy wszystkie trapezy $ABCD$, o podstawach AB i CD , dla których

$$|AC| = 1, \quad |BD| = \sqrt{3} \text{ oraz } \angle ABD = 30^\circ$$

Wyznacz najmniejszą możliwą sumę długości podstaw tego trapezu.

2. Wyznaczyć największy możliwy iloczyn liczb całkowitych dodatnich o sumie równej 2009.
3. Baran i Kaczor grają w następującą grę. Na początku na tablicy napisana jest liczba całkowita dodatnia n . W jednym ruchu gracz odejmuje od w napisanej w danym momencie na tablicy liczby jej dzielnik będący jedyką, liczbą pierwszą, lub iloczynem dwóch (niekoniecznie różnych) liczb pierwszych i wynikiem odejmowania zastępuje wcześniejszą liczbę. Pierwszy ruch wykonuje Baran, a następnie gracze wykonują ruchy na przemian. Wygrywa gracz, który napisze na tablicy liczbę 0. Rozstrzygnąć, dla jakich liczb n Baran może zapewnić sobie wygraną, niezależnie od ruchów Kaczora.
- (a) Teza: Wygraną można zapewnić dla liczb niepodzielnych przez 8.
 - (b) Indukcja po n .
 - (c) Osiem przypadków \rightarrow udowodnić, że z podzielnej przez 8 można przejść tylko do niepodzielnej, a z niepodzielnej można zawsze przejść do podzielnej.