

Poniżej zadania **domowe**, które będziemy omawiać/rozwiązywać na kółku w przyszłym tygodniu. Należy na nimi posiedzieć w domu. Poziom zadań jest zróżnicowany, poszukajcie czegoś dla siebie.



[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: Mon Sep 10 01:00 PM 2012 C % Last Change: Mon Sep
10 01:00 PM 2012 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin
0cm topmargin -0.25in headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import}
%usepackage{MnSymbol} % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm
noindentemph{#1} } {hfillpar} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}}{ } {hfillpar} defabs
#1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{\overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{\leqslant}
renewcommand{geq}{\geqslant} renewcommand{dots}{\ldots} subimport{../}{style.sty}
%include{style} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{9
-- 16 października 2012} begin{document} section{I~seria zadań} begin{problem}
Udowodnić, że wśród $50$ osób pewne $8$ urodziło się w tym samym dniu tygodnia.
```

I seria zadań domowych z Dirichleta

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

niedziela, 30 września 2012 22:11 - Poprawiony środa, 26 grudnia 2012 10:48

end{problem} begin{problem} Wykazać, że wśród dowolnych siedmiu liczb naturalnych istnieją takie liczby a, b , że $10 \mid a^2 - b^2$. end{problem} begin{problem} Przy okrągłym stole ma usiąść 2009 ambasadorów. Na stole poustawiano proporzycy z nazwiskami, a następnie posadzono przy stole ambasadorów, ale tak, że żaden nie siedział na swoim miejscu. Udowodnić, że można tak obrócić stół, żeby przynajmniej 2 ambasadorów siedziało na swoich miejscach. end{problem} begin{problem} Wykazać, że wśród naturalnych potęg 7^n istnieje taka, której zapis dziesiętny kończy się na 01. end{problem} begin{problem} Dla których liczb naturalnych n istnieje liczba postaci $111\dots1$ podzielna przez n ? end{problem} begin{problem} Wykazać, że wśród $n+1$ liczb naturalnych ze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n\}$ istnieje para liczb różniących się o n . end{problem} begin{problem} Wykazać, że wśród $n+1$ liczb naturalnych ze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n\}$ istnieje liczba, która dzieli inną liczbę z tego zbioru. end{problem} begin{enumerate} item Uczestnicy obozu ILO CAMP poznają się na facebooku lub "w realu". Uzasadnić, że wśród każdych sześciu z nich istnieje trójka, w której każde dwie osoby poznały się tak samo. item Pomiędzy każdymi z dwoma z 17 planet istnieje połączenie hiperprzestrzenne. Połączenia są obsługiwane przez firmy: "UFO Ltd.", "NASA shuttle", "Overlord transport". Uzasadnić, że pomiędzy pewnymi trzema planetami wszystkie połączeniami są obsługiwane przez tę samą firmę. end{enumerate} end{problem} begin{problem} W trójkącie równobocznym o boku 12 umieszczono 300 punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Udowodnij, że pewne trzy z nich tworzą trójkąt o polu mniejszym niż $\frac{1}{2}$ i obwodzie nie większym niż 3. end{problem} begin{problem} Danych jest 10001 różnych liczb naturalnych. Uzasadnij, że istnieje setka liczb, której suma jest podzielna przez 100. end{problem} end{document}