

Uwaga do osób, których nie było (czyli do większości): te zadania są **nieobowiązkowe** i nie ma sensu ich robić jako zwykłej pracy domowej. Natomiast zadania z Dirichleta są nadal **obowiązkową** pracą domową, mimo iż były one omówione na kółku.

Pozdrawiam, Yogi



[&nbsp;](#)  
[Zadania PDF.](#)

### Źródło zadań w texu.

```
%      File: zad.tex %      Created: Wed Nov 24 09:00 PM 2010 C % Last Change: Wed Nov
24 09:00 PM 2010 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt
headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol}
% ----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
```

```
newenvironment{proof}[1][Dowód. ]{noindenttextsc{#1}} {nolinebreak[4]hfill$\blacksquare$\par}
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ noindenttextsc{#1}} {hfillpar}
newenvironment{problem}{noindenttextsc{Zadanie}\} {hfillpar} defdeg{^{\circ}}
defsource#1{\Zródło: #1} %subimport{../}{style} include{style} begin{document}
setlength{topmargin}{-0.5in} section{Symetria} subsection{*Niezmienniczość} emph{Seksja
jest oznaczona * ze względu na to, że nie było na kółku potrzebnych definicji, ale np. zadania
1,2 nie są aż tak trudne, żeby zasłużyć na *.} emph{Poniższe zadania są mało kółkowe, więc
mogą łatwo zasłużyć na zarzut nieżyciowości. Wręcz przeciwnie~-- część jest całkiem ważnymi
wynikami!} begin{enumerate} item begin{problem} Niech liczby $a,b,c$ będą
dodatnie i~załóżmy, że mamy nierówność [f(a, b, c) geq g(a,b,c)hbox{ dla wszystkich }
a,b,c>0] gdzie $f,g$ są pewnymi funkcjami. Uzasadnić, że jeśli $f$ jest
symetryczna, to istnieje taka funkcja symetryczna $h$, że [f(a,b,c) geq h(a,b,c)
hbox{ dla wszystkich }a,b,c>0] oraz $h(a,a,a) = g(a,a,a)$ dla dowolnego $a$in
mathbb{R}_+$. emph{Funkcja jest symetryczna, jeżeli zamiana kolejności
argumentów nie wpływa na jej wartość.} end{problem} item begin{problem}
Punkty $X_1,dots,X_n$ są takie, że symetria względem dowolnego z~odcinków
$X_iX_j$ nie zmienia zbioru $\{X_1,dots,X_n\}$. Uzasadnij, że wszystkie punkty leżą na
jednym okręgu. end{problem} item begin{problem} emph{Wymaga
znajomości pojęcia granicydots} Uzasadnić, że jeśli ciąg $(x_n)$ zdefiniowany
w~sposób [x_0 =0.5,quad x_{n+1} = x_n - frac{x_n^3}{3}] ma granicę, to jest
nią $0$. end{problem} item begin{problem} Rozważmy wielomiany
zmiennych $x,y$ o~współczynnikach rzeczywistych. Wielomian nazywamy
symetrycznym, jeżeli funkcja przez niego zdefiniowana jest symetryczna. Uzasadnij, że
wszystkie wielomiany symetryczne są sumami wielomianów postaci
[hbox{współczynnik}cdot(xy)^i(x+y)^j] gdzie $i,j$ -- całkowite nieujemne.
emph{Wskazówka: zastosuj indukcję po stopniu.} emph{Analogiczny fakt
(z~$x+y+z$, $xy + yz + zx$, $xyz$) zachodzi również dla 3 zmiennych i~chyba nawet
jest w~naszym zasięgu, ale jest bardziej mozolny.} end{problem} end{enumerate}
end{document}
```