$R[X,X^{-1}] \rightsquigarrow \mathbb{G}_m$

$\longrightarrow \mathbb{A}^1_R$

$\longleftrightarrow \mathbb{A}^1_R \qquad \mathbb{A}^1_R$

$\mathbb{G}_m$

$\mathbb{P}^1_R$

R = PIERŚCIEŃ
MOŻNA WZIĄĆ
R = $\mathbb{C}$,
JAK KTOŚ
BARDZO
CHCE.

PRZYKŁAD 1

$\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \setminus \{(0,0), (0,\infty)\}$

PRZYKŁAD 2

$\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \setminus \{(0,\infty), (\infty,0)\}$

Niech Δ będzie wachlarzem w N
Niech Δ' będzie wachlarzem w N'

$$\Delta \times \Delta' = \{ \sigma \times \sigma' \mid \sigma \in \Delta, \sigma' \in \Delta' \}$$

Tw.

1. Wachlarz w N + N'
2. $X(\Delta \times \Delta') = X(\Delta) \times X(\Delta')$

Dowód.
σ jest generowany przez $\{v_i\}$
σ' jest generowany przez $\{v_i'\}$

Wtedy stożek $\sigma \times \sigma'$ jest generowany przez obrazy v_i, v_i' w N+N'
Stąd cięcia $\sigma \times \sigma'$ z innym stożkiem to produkty ścian z σ, σ'

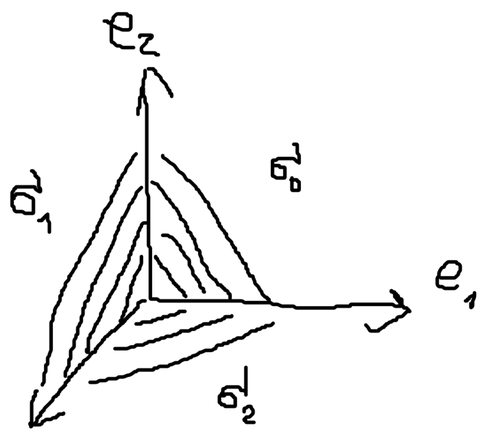
Stąd $\Delta \times \Delta'$ jest wachlarzem

Ponieważ $\langle v_i, v_j' \rangle = 0$, to $\sigma \times \sigma' \in \Delta \times \Delta'$

$S_{\sigma \times \sigma'} = S_\sigma \oplus S_{\sigma'}$

$A_{\sigma \times \sigma'} = A_\sigma \otimes A_{\sigma'}$

$U_{\sigma \times \sigma'}$ pokrywają $X(\Delta \times \Delta')$
$U_\sigma \times U_{\sigma'}$ pokrywają $X(\Delta) \times X(\Delta')$



$\sigma_0 \to C_x \times C_y$

$\sigma_1 \to C_{x^{-1}} \times C_{x^{-1}y}$
$\sigma_2 \to C_{y^{-1}} \times C_{xy^{-1}}$

$\sigma_0 \longrightarrow R_x \times R_y$

$\sigma_1 \longrightarrow R[x^{-1}] \times R[x^{-1}y]$

$\tau \to C^*_x \times C_Y$ w $C_x \times C_y$
$\to C^*_{x^{-1}} \times C_{x^{-1}y}$

τ

czyli mamy sklejenie wzdłuż $(x, y) \to (x^{-1}, x^{-1}y)$

Załóżmy, że $v_0, \dots v_n$ generują N (rzędu n) oraz $v_0 + \dots + v_n = 0$.
Niech Δ = { stożki generowane przez właściwe podzbiory $v_0, \dots v_n$ }
Wtedy $X(\Delta) = \mathbb{P}^n$

Przykład.
$N = \mathbb{Z}^{n+1}/\mathbb{Z}(1,\dots,1)$, zaś v_i to obraz i-tego wektora bazy.
Wówczas $T_N = (\mathbb{C}^*)^{n+1}/\mathbb{C}^*$ jest naturalnie zanurzony w $\mathbb{C}^{n+1} \setminus \{0\}/\mathbb{C}^* = \mathbb{CP}^n$