

Zadania z EON – zestaw 4.

- Zadanie 1** a) Wykaż, że suma dwóch funkcji wypukłych jest funkcją wypukłą,
b) Zbiory $A \subset \mathbb{R}^n$ i $B \subset \mathbb{R}$ są zbiorami wypukłymi; $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ są wypukłe; dodatkowo wiemy, że funkcja g jest rosnąca. Wykaż, że $g \circ f : A \rightarrow \mathbb{R}$ jest wypukła.
Uwaga: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

Zadanie 2 Znajdź takie dwie funkcje ściśle wypukłe na pewnym zbiorze wypukłym A , że ich iloczyn jest na A funkcją ściśle wklęsłą. Wskazówka: zbadaj wypukłość funkcji $-x^2 \ln x$.

Zadanie 3 Korzystając z warunków pierwszego rzędu zbadaj, czy funkcja f jest wypukła.

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$, | b) $f(x_1, x_2) = 2x_1x_2$, |
| c) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^4 + x_2^4$, | d) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^4$, |
| e) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2^4$, | f) $f(x_1, x_2) = 3x_1^2x_2^2$, |

Zadanie 4 Korzystając z warunków drugiego rzędu zbadaj, czy funkcje z Zadania 3 są wypukłe.

Zadania z EON – zestaw 4.

- Zadanie 1** a) Wykaż, że suma dwóch funkcji wypukłych jest funkcją wypukłą,
b) Zbiory $A \subset \mathbb{R}^n$ i $B \subset \mathbb{R}$ są zbiorami wypukłymi; $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ są wypukłe; dodatkowo wiemy, że funkcja g jest rosnąca. Wykaż, że $g \circ f : A \rightarrow \mathbb{R}$ jest wypukła.
Uwaga: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

Zadanie 2 Znajdź takie dwie funkcje ściśle wypukłe na pewnym zbiorze wypukłym A , że ich iloczyn jest na A funkcją ściśle wklęsłą. Wskazówka: zbadaj wypukłość funkcji $-x^2 \ln x$.

Zadanie 3 Korzystając z warunków pierwszego rzędu zbadaj, czy funkcja f jest wypukła.

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$, | b) $f(x_1, x_2) = 2x_1x_2$, |
| c) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^4 + x_2^4$, | d) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^4$, |
| e) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2^4$, | f) $f(x_1, x_2) = 3x_1^2x_2^2$, |

Zadanie 4 Korzystając z warunków drugiego rzędu zbadaj, czy funkcje z Zadania 3 są wypukłe.