XML, czyli drzewa z danymi

Druga praca domowa

Filip Murlak Paweł Parys

Utworzone: 19 maja 2011. Termin: **5 czerwca** 2011

Każde zadanie będzie ocenione w skali 0-5. Odpowiedź bez komentarzy (dowodu) da nie więcej niż 3 punkty.

1. Złożeniem relacji r i s nazywamy relację

$$r \circ s = \{(x,z) \mid \exists y\ (x,y) \in r \wedge (y,z) \in s\}\,.$$

   Rozstrzygnij, czy klasa relacji definiowalnych przez transducery na słowach jest zamknięta na złożenie. Przyjmujemy, że transducery nie mają ε-przejść, ale mogą wypisywać dowolne (również puste) słowo dla każdej wczytanej litery.

2. Rozważmy trzy metody definiowania relacji na słowach nad alfabetem Σ:

   - $R(T) = \{(u,v) \mid v \in T(u)\}$ dla transducera T (bez ε-przejść, wypisującego dowolne słowo dla każdej wczytanej litery),
   - $R'(A) = \{(u,v) \mid u\$v \in L(A)\}$ dla automatu skończonego A,
   - $R''(B) = \{(u,v) \mid u\$v^R \in L(B))\}$ dla automatu ze stosem B.

   Jakie inkluzje zachodzą między klasami relacji definiowalnymi na te trzy sposoby?

3. Podaj przykład takiego języka L rozpoznawanego przez automat A z jednym kamieniem bez rozgałęzienia (*tree walking automaton*), że klasyczny automat na drzewach rozpoznający L musi być wykładniczo większy niż A.

4. Rozważmy modyfikację automatów z kamieniami, w której przejścia dotyczące kamieni mają postać

$$(a, \bar{b}, q_1^{(i)}) \to (q_2^{(j)}, \text{place-pebble}_j)\,,$$
$$(a, \bar{b}, q_1^{(i)}) \to (q_2^{(j)}, \text{pick-pebble}_i)\,,$$

   przy czym przejście pierwszego typu można zrobić tylko jeśli kamień j nie jest jeszcze nigdzie położony, a przejście drugiego typu wtedy, gdy kamień

j jest już gdzieś położony. Jak w definicji z wykladu, a i $\bar{b}$ w przejściach powyżej odnoszą się do wierzchołka, na którym leży kamień i, czyli bieżący kamień.

Wykaż, że problem pustości dla takich automatów jest nierozstrzygalny. Jaka jest minimalna liczba kamieni, dla której jest nierozstrzygalny?

5. Rozważmy skończone grafy skierowane o krawędziach etykietowanych literami skończonego alfabetu Σ. Popatrzmy na zapytania postaci

$$q(x_1, x_2) \leftarrow \exists x_3 \exists x_4 \dots \exists x_{n+2}\, \alpha_1(x_{i_1}, x_{j_1}) \wedge \alpha_2(x_{i_2}, x_{j_2}) \wedge \cdots \wedge \alpha_m(x_{i_m}, x_{j_m})\,,$$

gdzie $i_k, j_k \in \{1, 2, \dots, n+2\}$, a α_k jest wyrażeniem regularnym nad alfabetem Σ dla $k = 1, 2, \dots, m$. Niech α^G bedzie zbiorem takich par wierzchołków u, w w grafie G, że istnieje ścieżka z u do w, której etykiety tworzą słowo generowane przez α. Definiujemy q^G jako zbiór tych par v_1, v_2, że istnieją takie wierzchołki $v_3, v_4, \dots, v_{n+2}$, że $(v_{i_k}, v_{j_k}) \in \alpha_k^G$ dla $k = 1, 2, \dots, m$.

- Dla każdego n podaj przykład zapytania używającego n kwantyfikatorów, dla którego nie istnieje równoważne zapytanie używające $n-1$ kwantyfikatorów.
- Czy da się to zrobić również, jeśli nasze rozważania ograniczymy do klasy grafów postaci $\cdot \xrightarrow{a_1} \cdot \xrightarrow{a_2} \cdot \xrightarrow{a_3} \cdots \xrightarrow{a_p} \cdot$?