Dowodzenie w logice domniemań

Zakładamy, że teoria
$T = \langle A, D \rangle$ jest zamkniętą normalną teorią domniemań oraz $D = \{(\alpha_i : \gamma_i/\gamma_i)$ dla $i = 1 \ldots n\}$ tj. liczba domniemań jest skończona.

Oznaczenia:

(1) $PREREQ(\mathrm{D}) = \bigwedge_{i=1}^{n} \alpha_i$

(2) $CONSEQ(\mathrm{D}) = \{\gamma_i, i = 1 \ldots n\}$

Definicja 1

Niech $T = \langle A, D \rangle$ i $\beta \in L$ będzie formułą zamkniętą. Skończoną sekwencję $D_0, \ldots, D_k$ skończonych podzbiorów D nazywamy *DL-dowodem* β względem T wtt

P1. $A \cup \mathit{CONSEQ}(D_0) \vdash \beta$

P2. Dla $1 \leq i \leq k$
$A \cup \mathit{CONSEQ}(D_i) \vdash \mathit{PREREQ}(D_{i-1})$.

P3. $D_k = \emptyset$

P4. $A \cup \bigcup_{i=0}^{k} \mathit{CONSEQ}(D_i)$ jest spełnialny.

Przykład

Dana jest $T = \langle A, D \rangle$, gdzie zbiór domniemań D:

d1: $\frac{e \vee f : (a \wedge f)}{a \wedge f}$

d2: $\frac{a : b}{b}$

d3: $\frac{a \wedge e : c}{c}$

d4: $\frac{: \neg e}{\neg e}$

oraz $A = \{c \Rightarrow d, a \wedge b \Rightarrow e, e \vee d, d \Rightarrow f\}$

DL-dowodem d względem T jest

$\{d3\}, \{d1, d2\}, \{d1\}, \{\}$.

Także $\{d4\}, \{\}$.

Natomiast $\{d3, d4\}, \{d1, d2\}, \{\}$ nie jest dowodem dla $d \wedge \neg e$, chociaż spełnia P1-P3, ale nie spełnia P4.

Zastosowanie rezolucji do DL-dowodów

Niech $T = \langle A, D \rangle$ będzie zamkniętą normalną teorią domniemań.
Zdefiniujemy

$CL(T) =$

$\{(C, \{d\}) \mid d \in D$ i C jest klauzulą konsekwencji z $d\}$

$\cup \{(C, \{\}) \mid C \in A\}.$

Definicja 2

Rezolucyjnym DL-dowodem zamkniętej formuły β względem teorii $T = \langle A, D \rangle$ jest sekwencja liniowych dowodów rezolucyjnych $L_0, \ldots, L_k$ takich, że

(1) L_0 jest liniowym dowodem rezolucyjnym β z $CL(\mathrm{T})$.

(2) Dla $0 \leq i \leq k$, L_i zwraca D_i.

(3) Dla $1 \leq i \leq k$, L_i jest liniowym dowodem rezolucyjnym $PREREQ(D_{i-1})$ z $CL(\mathrm{T})$.

(4) $D_k = \emptyset$.

(5) $A \cup \bigcup_{i=0}^{k} CONSEQ(D_i)$ jest spełnialny.