Logika domniemań w CAKE'u

na podstawie:
P. Doherty, W. Łukaszewicz, A. Skowron, A. Szałas: Knowledge Representation Techniques: A Rough Set Approach, Springer-Verlag, 2006.

Język

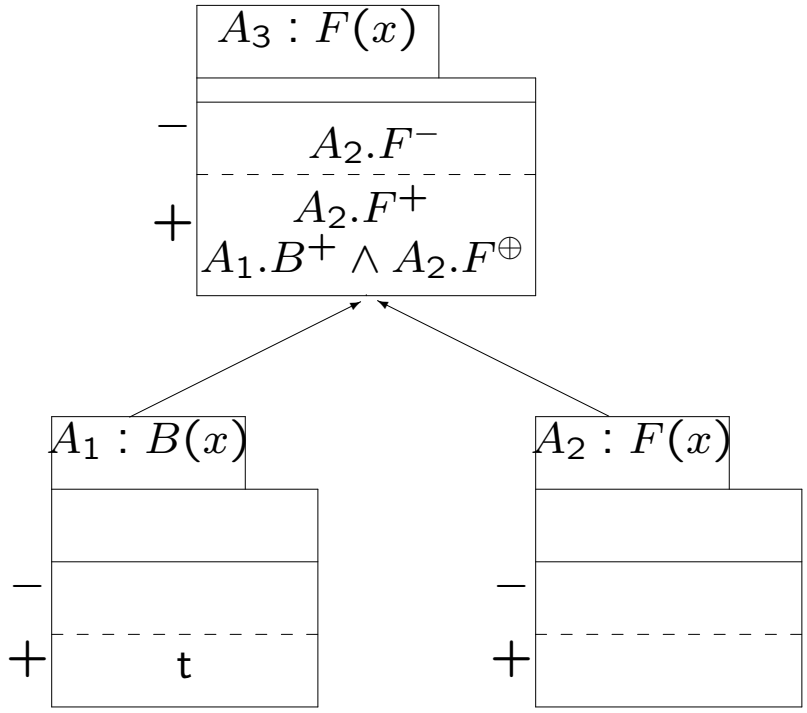
Ograniczony język logiki I rzędu, tzn.

- brak symboli funkcyjnych i kwantyfikatorów
- postać teorii: *disjunction-free*, tj.
  - warunek wstępny i uzasadnienie domniemania: koniunkcja literałów;
  - konsekwencja domniemania: literał (pojedyńczy)
  - aksjomaty teorii: literały ukonkretnione (ground).

Reprezentacja teorii normalnych w CAKE'u

Przykład 1

Rozważmy teorię $T = \langle \{B(t)\}, \{B(x) : F(x)/F(x)\} \rangle$, gdzie B, F, t oznaczają odpowiednio $Bird$, $Flies$ and $Tweety$ i jej CAKE diagram (uwaga: $R^{\oplus} \equiv \neg R^{-}$).



Zbiór reguł związany z powyższym przykładem:

$$A_2.F^-(x) \rightarrow A_3.F^-(x) \quad (1)$$
$$[A_2.F^+(x) \vee [A_1.B^+(x) \wedge \neg A_2.F^-(x)]] \rightarrow A_3.F^+(x) \quad (2)$$
$$A_1.B^+(t). \quad (3)$$

Stratyfikacja: {(3)},{(1),(2)}.
Obliczenia:

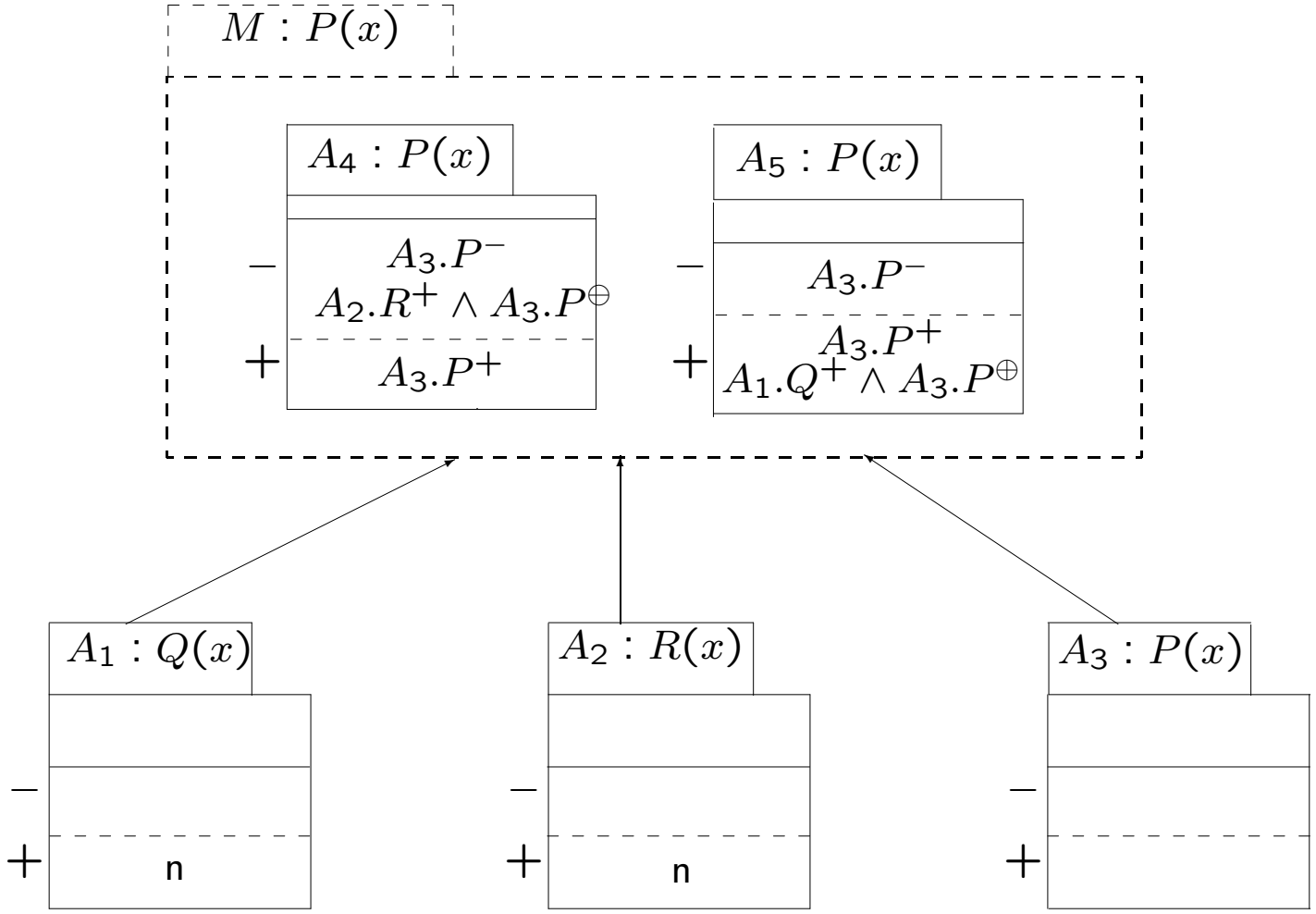
$$\{\}$$
$$\{A_1.B^+(t)\}$$
$$\{A_1.B^+(t), A_3.F^+(t)\}.$$

Przykład 2

Rozważmy teorię

$$T = \langle \{Q(n), R(n)\} \{Q(x) : P(x)/P(x), R(x) : \neg P(x)/\neg P(x)\} \rangle$$

i jej CAKE diagram.


$M : P(x)$
$A_4 : P(x)$
$A_3.P^-$
$A_2.R^+ \wedge A_3.P^{\oplus}$
$A_3.P^+$
$A_5 : P(x)$
$A_3.P^-$
$A_3.P^+$
$A_1.Q^+ \wedge A_3.P^{\oplus}$
$A_1 : Q(x)$
n
$A_2 : R(x)$
n
$A_3 : P(x)$

Zbiór reguł związany z powyższym przykładem:

$$A_1.Q^+(n)$$

$$A_2.R^+(n)$$

$$[A_3.P^-(x) \vee [A_2.R^+(x) \wedge \neg A_3.P^+(x)]] \rightarrow A_4.P^-(x)$$

$$A_3.P^+(x) \rightarrow A_4.P^+(x)$$

$$A_3.P^- \rightarrow A_5.P^-(x)$$

$$[A_3.P^+(x) \vee [A_1.Q^+(x) \wedge \neg A_3.P^-(x)]] \rightarrow A_5.P^+(x)$$

$$[A_4.P^-(x) \vee A_5.P^-(x)] \wedge \neg[A_4.P^+(x) \vee A_5.P^+(x)] \rightarrow M.P^-(x)$$

$$[A_4.P^+(x) \vee A_5.P^+(x)] \wedge \neg[A_4.P^-(x) \vee A_5.P^-(x)] \rightarrow M.P^+(x).$$

Dwie ostatnie reguły stanowią standardowy mechanizm glosowania (voting).
Obliczenia:

$$\{\}$$
$$\{A_1.Q^+(n), A_2.R^+(n)\}$$
$$\{A_1.Q^+(n), A_2.R^+(n), A_4.P^-(n), A_5.P^+(n)\}.$$

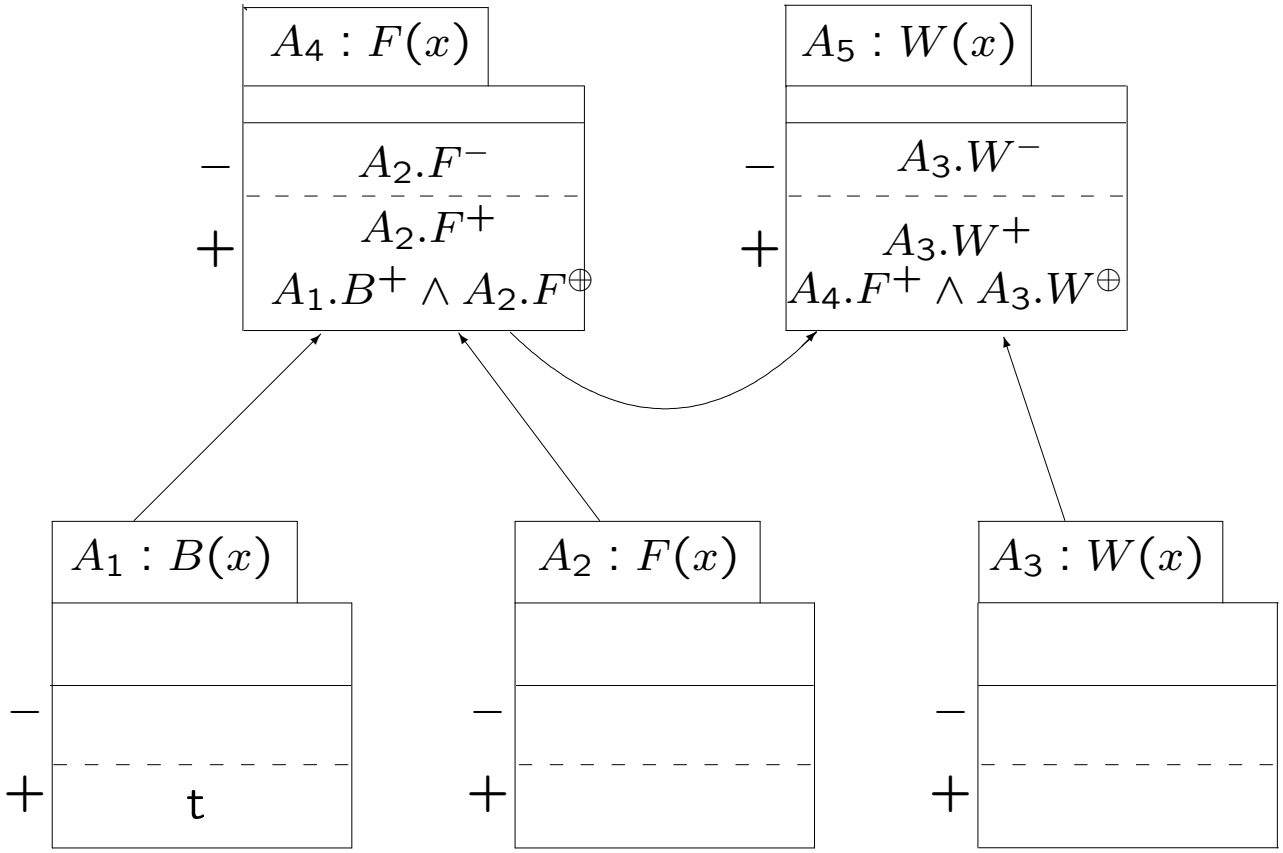
Załóżmy, że interesuje nas czy $P(n)$. Sytuacja wygląda następująco: A_4 odpowiada *False*, a A_5 odpowiada *True*. Jednak jest jeszcze default-moduł, który obsługuje relację P, ale n nie spełnia ani $M.P^+$ ani $M.P^-$, więc odpowiedź jest *Unknown*.

Przykład 3

Rozważmy teorię

$$T = \langle \{B(t)\}, \{B(x) : F(x)/F(x), F(x) : W(x)/W(x)\} \rangle.$$

gdzie B, F, W i t oznaczają odpowiednio $Bird$, $Flies$, $HasWings$ i $Tweety$ oraz jej CAKE diagram


$A_4 : F(x)$
$A_5 : W(x)$
$A_2.F^-$
$A_2.F^+$
$A_1.B^+ \wedge A_2.F^\oplus$
$A_3.W^-$
$A_3.W^+$
$A_4.F^+ \wedge A_3.W^\oplus$
$A_1 : B(x)$
$A_2 : F(x)$
$A_3 : W(x)$
t

Zbiór reguł dla tej teorii

$$A_1.B^+(t)$$
$$A_2.F^-(x) \rightarrow A_4.F^-(x)$$
$$[A_2.F^+(x) \vee [A_1.B^+(x) \wedge \neg A_2.F^-(x)]] \rightarrow A_4.F^+(x)$$
$$A_3.W^-(x) \rightarrow A_5.W^-(x)$$
$$[A_3.W^+(x) \vee [A_4.F^+(x) \wedge \neg A_3.W^-(x)]] \rightarrow A_5.W^+(x).$$

Stratyfikacja: P_1, P_2, gdzie P_1 składa sie z pierwszej reguły, a P_2 z pozostałych.

Obliczenia:

$$\{\}$$
$$\{A_1.B^+(t)\}$$
$$\{A_1.B^+(t), A_4.F^+(t)\}$$
$$\{A_1.B^+(t), A_4.F^+(t), A_5.W^+(t)\}.$$

Interesuje nas czy $W(t)$. Ponieważ t spełnia $A_5.W^+$, więc odpowiedź jest *True*.

Formalizacja

Mówimy, że dwa domniemania są *podobne*, jeśli ich konsekwencje zawierają ten sam symbol relacyjny.

Definicja 1
Niech $T = \langle A, D \rangle$ będzie normalną teorią domniemań nad językiem $\mathcal{L}$. *Diagram* teorii T konstruuje się w sposób następujący:

1. Dla każdego symbolu relacyjnego R z języka $\mathcal{L}$, konstruujemy granulkę, zwaną *agentem bazodanowym*, reprezentującą R. Jeśli $R(\overline{t})$ (odp. $\neg R(\overline{t})$) należy do A, krotka $\overline{t}$ występuje w pozytywnej (odp. negatywnej) części diagramu agenta. Wszystkie pozostałe krotki stałych należą

do części granicznej diagramu.* Każdy agent bazodanowy posiada etykietę $name : R$, gdzie $name$ jest unikalną nazwą agenta, a R jest obsługiwanym przez niego symbolem relacyjnym.

2. Dla każdego domniemania $d \in D$, konstruujemy *default-agenta* reprezentującego d. Agent posiada etykietę $name : R$, gdzie $name$ jest unikalną nazwą agenta, a R jest symbolem relacyjnym występującym w konsekwencji d. Metody agenta zostaną zdefiniowane w punkcie 6.

3. Wszyscy default-agenci, $A_1, \ldots, A_k$, $k > 1$, reprezentujący domniemania podobne zostają zgrupowani w pojedyńczym module, tzw. *default-module*. Moduł posiada etykietę $name : R$, gdzie $name$ jest unikalną nazwą modułu, a R jest symbolem relacyjnym obsługiwanym przez

*Przypominamy, że część graniczna diagramu nie jest reprezentowana explicite.

agentów $A_1, \ldots, A_k$, $k > 1$. Default-agent, który nie jest zanurzony w żadnym module nazywa się *niezależnym*, w przeciwnym przypadku nazywa sie *zależnym*.

4. Niech A będzie niezależnym agentem reprezentującym domniemanie d, którego konsekwencja zawiera symbol relacyjny R. Niech $R_1, \ldots, R_n$ będą wszystkimi symbolami relacyjnymi występującymi w warunku wstępnym d. Dla każdego $1 \leq i \leq k$ tworzymy strzałkę do A z każdego agenta bazodanowego i z każdego modułu (lub niezależnego default-agenta) reprezentującego R_i oraz bazodanowego agenta reprezentującego R.

5. Niech M będzie modułem reprezentującym relację R, a $A_1, \ldots, A_n$ default-agentami z M, gdzie A_i odpowiada domniemaniu d_i. Niech $R_1, \ldots, R_k$ będą wszystkimi symbolami relacyjnymi występującymi w warunkach wstępnych

$d_1, \ldots, d_n$. Prowadzimy strzałkę do M z agenta bazodanowego reprezentującego R_i i z modułu reprezentujacego R_i dla każdego $1 \leq i \leq k$, oraz z agenta bazodanowego reprezentującego R.

6. Przypisanie metod default-agentom. Niech agent reprezentuje domniemanie postaci $l_1 \wedge \cdots \wedge l_n : l/l$, gdzie $n \geq 0$, a $R_1, \ldots, R_n, R$ są odpowiadającymi im symbolami relacji. Generujemy dwie *metody bazodanowe*, mianowicie $A_k.R^+$ i $A_k.R^-$, gdzie A_k jest agentem bazodanowym odpowiedzialnym za relację R, i umieszczamy je, odpowiednio, w pozytywnej i negatywnej części diagramu. Następnie generujemy *default-metodę*, którą umieszcza się w pozytywnej części, jeśli l jest literałem pozytywnym, a w negatywnej w przeciwnym przypadku. Konstrukcja metod przebiega w sposób następujący:

(a) Załóżmy najpierw, że żadna z $R_1, \ldots, R_n$ nie jest reprezentowana przez default-moduł ani przez niezależnego default-agenta. Default-metoda jest postaci

$$A_1.X_1 \wedge \cdots \wedge A_n.X_n \wedge A.X, \tag{4}$$

gdzie $A_1, \ldots, A_n, A$ są agentami bazodanowymi odpowiedzialnymi za $R_1, \ldots, R_n, R$, odpowiednio, X_i jest ${R_i}^+$ (jeśli l_i jest pozytywny) lub ${R_i}^-$ (jeśli l_i jest negatywny) a X jest $\neg R^-$ (jeśli l jest pozytywny) lub $\neg R^+$ (jeśli l jest negatywny).

(b) Załóżmy teraz, że przynajmniej jedna z $R_1, \ldots, R_n$ jest reprezentowana przez default-moduł lub przez niezależnego default-agenta. Niech $R_i, \ldots R_j$ będą wszystkimi relacjami spośród $R_1, \ldots, R_n$, które są reprezentowane przez default-moduł lub przez niezależnego default-agenta, a $M_i, \ldots, M_j$ są odpowiadającymi im modułami. Metoda jest postaci (4) gdzie $A_i, \ldots, A_j$ są zastąpione odpowiednio przez $M_i, \ldots, M_j$.

Z powyższego diagramu generujemy zbiór reguł (CAKE program) stosując standardową metodologię CAKE'a. W przypadku konfliktów stosuje się standardowy mechanizm głosowania (voting), więc nie włącza się tych granulek do default-modułów.

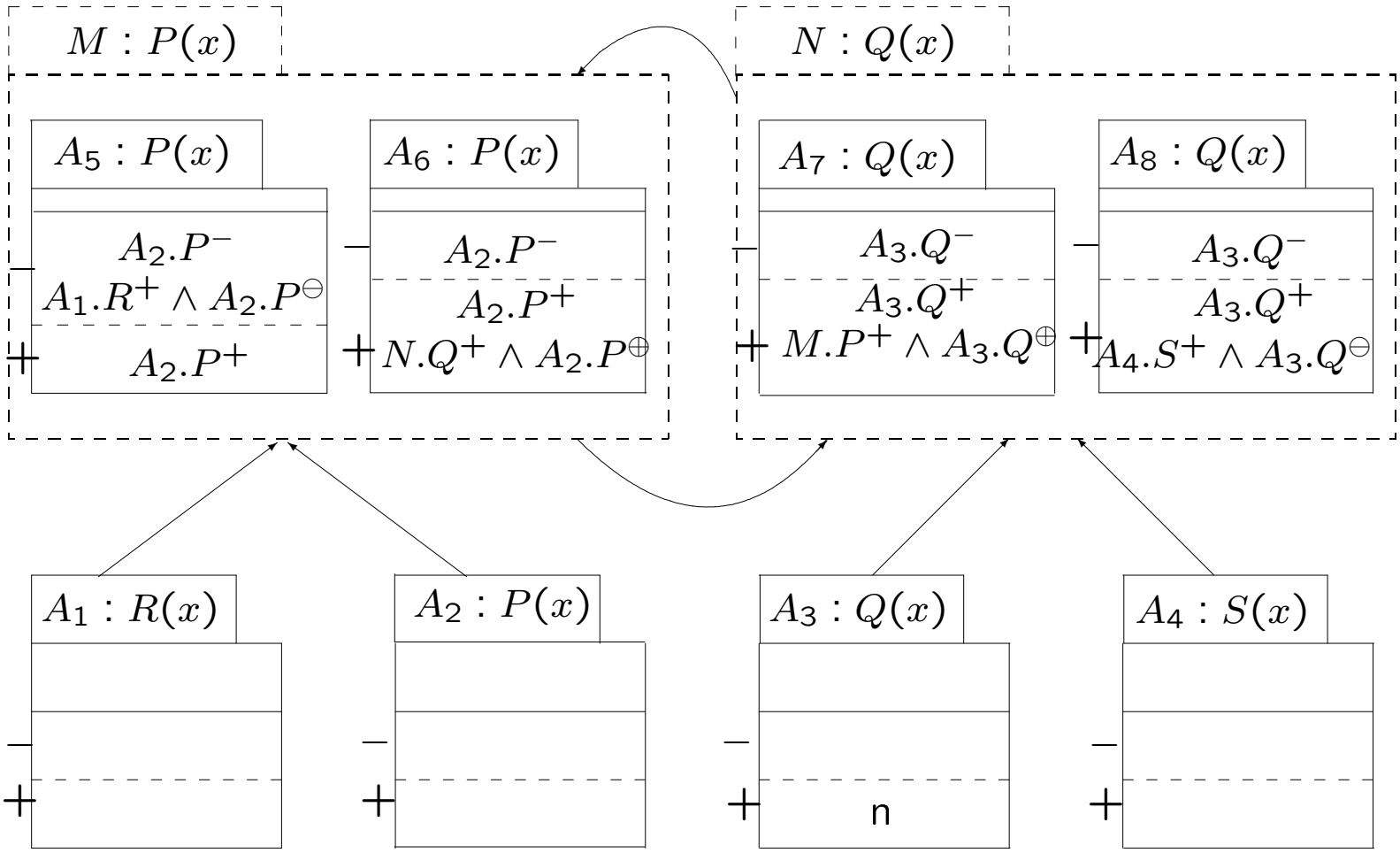
Uwaga 1
CAKE program uzyskany z diagramu normalnej teorii domniemań nie musi być stratyfikowalny.

Przykład 4

Rozważmy teorię $T = \langle A, D \rangle$,
gdzie

$$\begin{aligned} A &= \{Q(n)\}, \text{a} \\ D &= \{Q(x) : P(x)/P(x), R(x) : \neg P(x)/\neg P(x), \\ &\quad P(x) : Q(x)/Q(x), S(x) : \neg Q(x)/\neg Q(x)\} \end{aligned}$$

i CAKE diagram


$M : P(x)$
$N : Q(x)$
$A_5 : P(x)$
$A_2.P^-$
$A_1.R^+ \wedge A_2.P^{\ominus}$
$A_2.P^+$
$A_6 : P(x)$
$A_2.P^-$
$A_2.P^+$
$N.Q^+ \wedge A_2.P^{\oplus}$
$A_7 : Q(x)$
$A_3.Q^-$
$A_3.Q^+$
$M.P^+ \wedge A_3.Q^{\oplus}$
$A_8 : Q(x)$
$A_3.Q^-$
$A_3.Q^+$
$A_4.S^+ \wedge A_3.Q^{\ominus}$
$A_1 : R(x)$
$A_2 : P(x)$
$A_3 : Q(x)$
n
$A_4 : S(x)$

$A_3.Q^+(\mathsf{n})$

$[A_2.P^-(x) \vee (A_1.R^+(x) \wedge \neg A_2.P^+(x))] \rightarrow A_5.P^-(x)$

$A_2.P^+(x) \rightarrow A_5.P^+(x)$

$A_2.P^-(x) \rightarrow A_6.P^-(x)$

$[A_2.P^+(x) \vee (N.Q^+(x) \wedge \neg A_2.P^-(x))] \rightarrow A_6.P^+(x)$

$A_3.Q^-(x) \rightarrow A_7.Q^-(x)$

$[A_3.Q^+(x) \vee (M.P^+(x) \wedge \neg A_3.Q^-(x))] \rightarrow A_7.Q^+(x)$

$A_3.Q^-(x) \rightarrow A_8.Q^-(x)$

$[A_3.Q^+(x) \vee (A_4.S^+(x) \wedge \neg A_3.Q^-(x))] \rightarrow A_8.Q^+(x)$

$[A_5.P^-(x) \vee A_6.P^-(x)] \wedge \neg[A_5.P^+(x) \vee A_6.P^+(x)] \rightarrow M.P^-(x)$

$[A_5.P^+(x) \vee A_6.P^+(x)] \wedge \neg[A_5.P^-(x) \vee A_6.P^-(x)] \rightarrow M.P^+(x)$

$[A_7.Q^-(x) \vee A_8.Q^-(x)] \wedge \neg[A_7.Q^+(x) \vee A_8.Q^+(x)] \rightarrow N.Q^-(x)$

$[A_7.Q^+(x) \vee A_8.Q^+(x)] \wedge \neg[A_7.Q^-(x) \vee A_8.Q^-(x)] \rightarrow N.Q^+(x).$

Powyższy zbiór reguł nie jest stratyfikowalny.

Definicja 2
Stratyfikowalną teorią domniemań (normalną lub nie) nazywamy teorię, której CAKE program jest stratyfikowalny.▪

Definicja 3
Niech T będzie stratyfikowalną teorią domniemań, a Π CAKE programem teorii T. Ukonkretniony (ground) literał postaci $P(\bar{c})$ (odpowiednio $\neg P(\bar{c})$) jest wyprowadzalny z T wtedy i tylko wtedy, gdy $X.P^{+}(\bar{c})$ (odpowiednio $X.P^{-}(\bar{c})$), gdzie X jest nazwą agenta bazodanowego, niezależnego default-agenta lub default-modułu, należy do $\mathsf{lfp}(\mathcal{CS}_{\Pi})$.▪

Definicja 4
Niech T będzie stratyfikowalną normalną teorią domniemań. Rozszerzeniem T jest zbiór ukonkretnionych literałów wyprowadzalnych z T.▪

Własność semi-monotoniczności na ogół nie zachodzi w CAKE logice domniemań. Jako przykład rozważmy teorię normalną

$$T = \left\langle \{Q(\mathsf{n}), R(\mathsf{n})\}, \left\{ \frac{Q(x) : P(x)}{P(x)} \right\} \right\rangle.$$

która ma rozszerzenie $E = \{Q(\mathsf{n}), R(\mathsf{n}), P(\mathsf{n})\}$.

Jesli dodamy nowe domniemanie $\frac{R(x):\neg P(x)}{\neg P(x)}$, to rozszerzenie otrzymanej teorii jest $E' = \{Q(\mathsf{n}), R(\mathsf{n})\}$.

Twierdzenie 1
W CAKE logice domniemań każda stratyfikowalna normalna teoria domniemań ma jedno rozszerzenie. ▪

Można by się spodziewać, że rozszerzenie to odpowiada przecięciu rozszerzeń w logice Reitera. Niestety, tak nie jest.

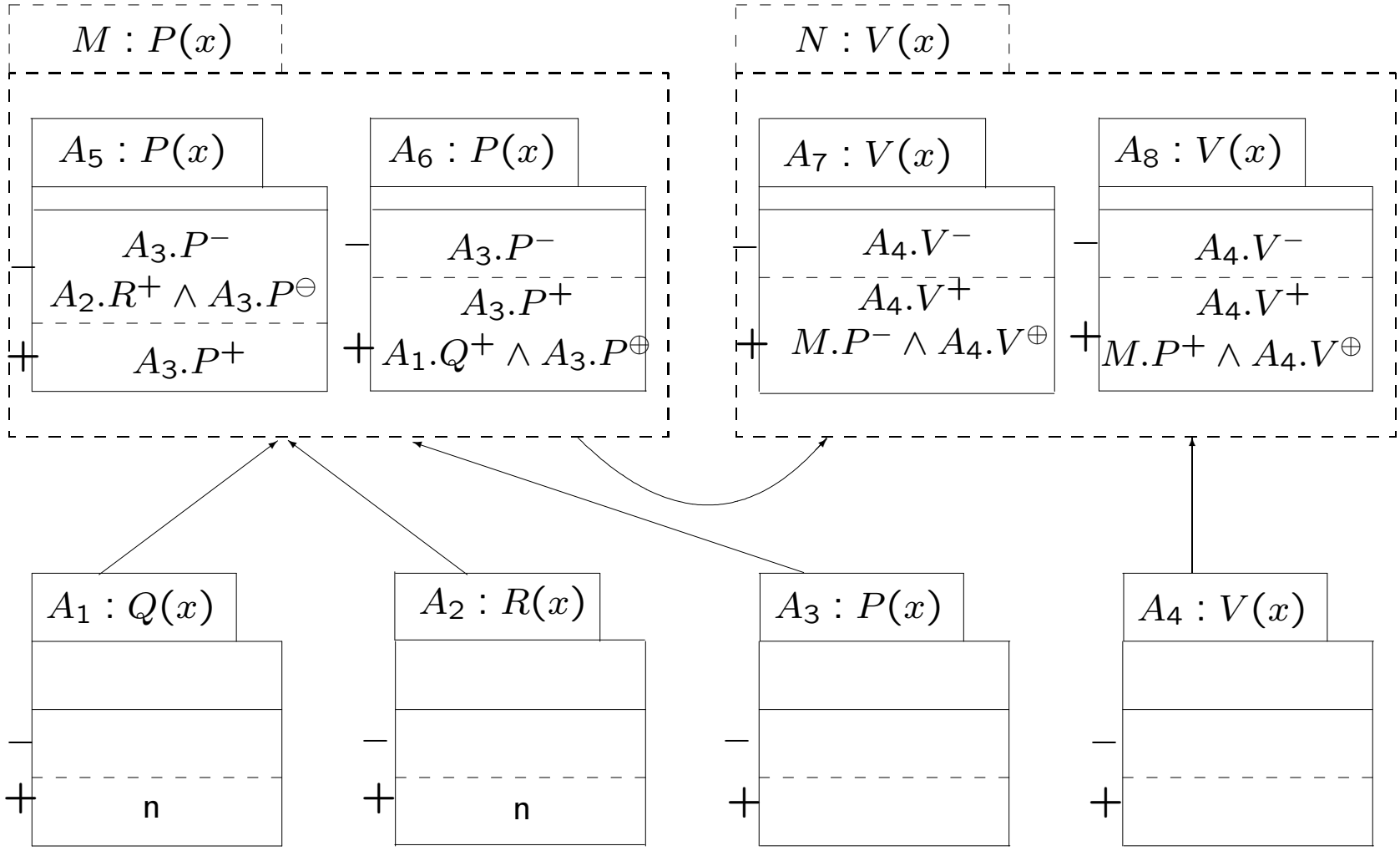
Przykład 5
Rozważmy teorię $T = \langle A, D\rangle$, gdzie

$$A = \{Q(\mathsf{n}), R(\mathsf{n})\}$$
$$D = \left\{\frac{Q(x) : P(x)}{P(x)}, \frac{R(x) : \neg P(x)}{\neg P(x)}, \frac{P(x) : V(x)}{V(x)}, \frac{\neg P(x) : V(x)}{V(x)}\right\}.$$

W logice Reitera są dwa rozszerzenia

$$E_1 = Cn(\{Q(\mathsf{n}), R(\mathsf{n}), V(\mathsf{n}), P(\mathsf{n})\})$$
$$E_2 = Cn(\{Q(\mathsf{n}), R(\mathsf{n}), V(\mathsf{n}), \neg P(\mathsf{n})\}).$$

CAKE diagram tej teorii:


$M : P(x)$
$N : V(x)$
$A_5 : P(x)$
$A_6 : P(x)$
$A_7 : V(x)$
$A_8 : V(x)$
$A_3.P^-$
$A_2.R^+ \wedge A_3.P^\ominus$
$A_3.P^+$
$A_3.P^-$
$A_1.Q^+ \wedge A_3.P^\oplus$
$A_4.V^-$
$M.P^- \wedge A_4.V^\oplus$
$A_4.V^-$
$M.P^+ \wedge A_4.V^\oplus$
$A_4.V^+$
$A_4.V^+$
$A_1 : Q(x)$
$A_2 : R(x)$
$A_3 : P(x)$
$A_4 : V(x)$
n
n

Reguły:

$$A_1.Q^+(\mathsf{n})$$
$$A_2.R^+(\mathsf{n})$$
$$\left\{A_3.P^-(x) \vee [A_2.R^+(x) \wedge \neg A_3.P^+(x)]\right\} \rightarrow A_5.P^-(x)$$
$$A_3.P^+(x) \rightarrow A_5.P^+(x)$$
$$A_3.P^-(x) \rightarrow A_6.P^-(x)$$
$$\left\{A_3.P^+(x) \vee [A_1.Q^+(x) \wedge \neg A_3.P^-(x)]\right\} \rightarrow A_6.P^+(x)$$
$$A_4.V^-(x) \rightarrow A_7.V^-(x)$$
$$\left\{A_4.V^+(x) \vee [M.P^-(x) \wedge \neg A_4.V^-(x)]\right\} \rightarrow A_7.V^+(x)$$
$$A_4.V^-(x) \rightarrow A_8.V^-(x)$$
$$\left\{A_4.V^+(x) \vee [M.P^+(x) \wedge \neg A_4.V^-(x)]\right\} \rightarrow A_8.V^+(x)$$
$$[A_5.P^-(x) \vee A_6.P^-(x)] \wedge \neg[A_5.P^+(x) \vee A_6.P^+(x)] \rightarrow M_{\cdot}P^-(x)$$
$$[A_5.P^+(x) \vee A_6.P^+(x)] \wedge \neg[A_5.P^-(x) \vee A_6.P^-(x)] \rightarrow M_{\cdot}P^+(x)$$
$$[A_7.V^-(x) \vee A_8.V^-(x)] \wedge \neg[A_7.V^+(x) \vee A_8.V^+(x)] \rightarrow N_{\cdot}V^-(x)$$
$$[A_7.V^+(x) \vee A_8.V^+(x)] \wedge \neg[A_7.V^-(x) \vee A_8.V^-(x)] \rightarrow N_{\cdot}V^+(x).$$

Obliczenia:

$\{\}$
$\{A_1.Q^+(\mathsf{n}), A_2.R^+(\mathsf{n})\}$
$\{A_1.Q^+(\mathsf{n}), A_2.R^+(\mathsf{n}), A_5.P^-(\mathsf{n}), A_6.P^+(\mathsf{n})\}.$

Tak więc $N.V^+(n)$ nie należy do rozszerzenia tej teorii, podczas gdy $V(n)$ należy do obu rozszerzeń tej teorii w wersji Reitera.

Logika domnieman z mocnymi warunkami wstępnymi

Standardowa logika domniemań nie posiada mechanizmów pozwalających rozróżniać pomiędzy wnioskami wyprowadzonymi z aksjomatów (**mocnymi**), a wnioskami wyprowadzonymi za pośrednictwem domniemań (**słabymi**).

Przykład 6

John jest osobą.

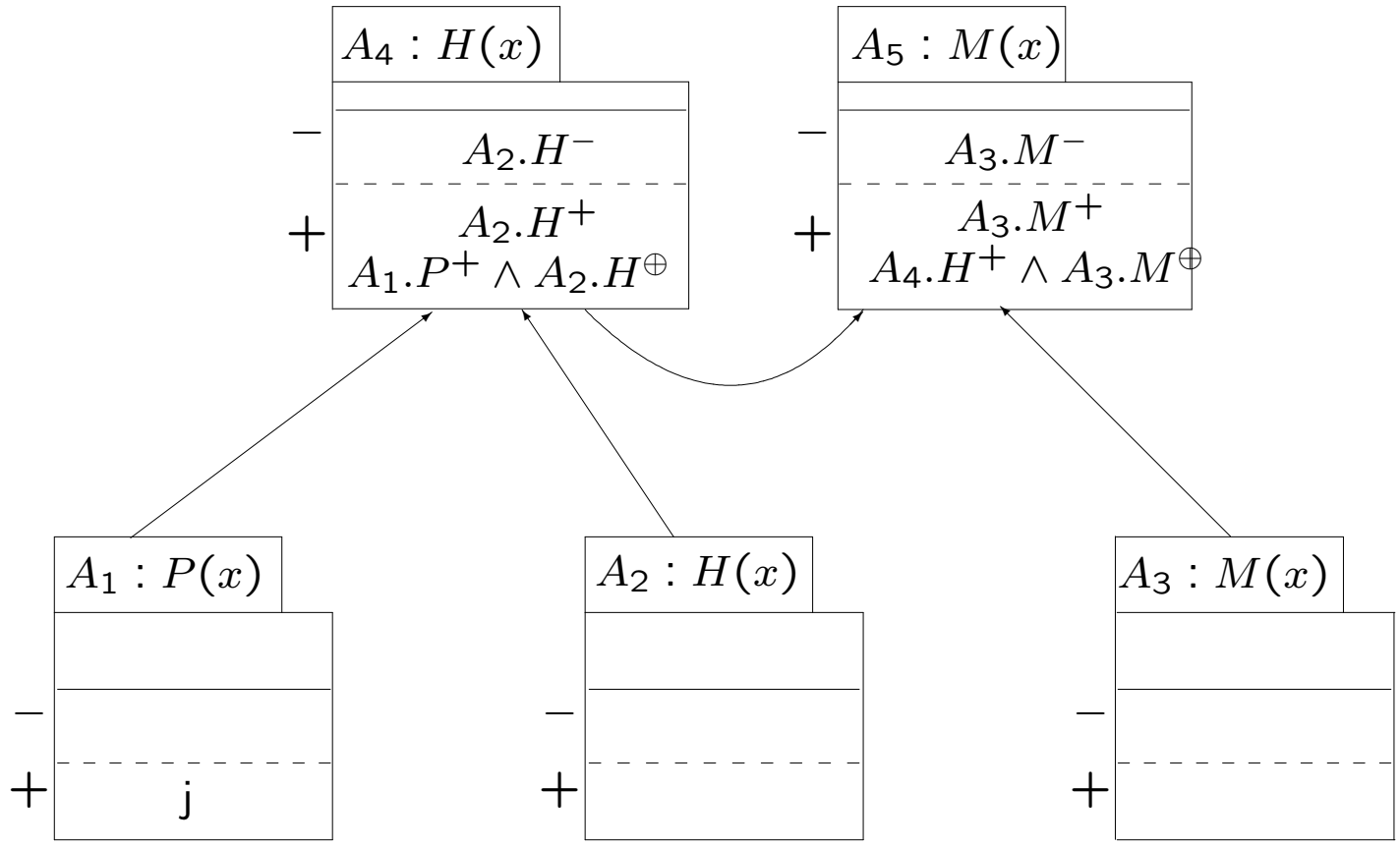
Na ogół ludzie są uczciwi.

Na ogół, osobie, o której wiadomo, że jest uczciwa, można bezpiecznie pożyczyć pieniądze.

Teoria domniemań reprezentująca te zdania jest następująca:

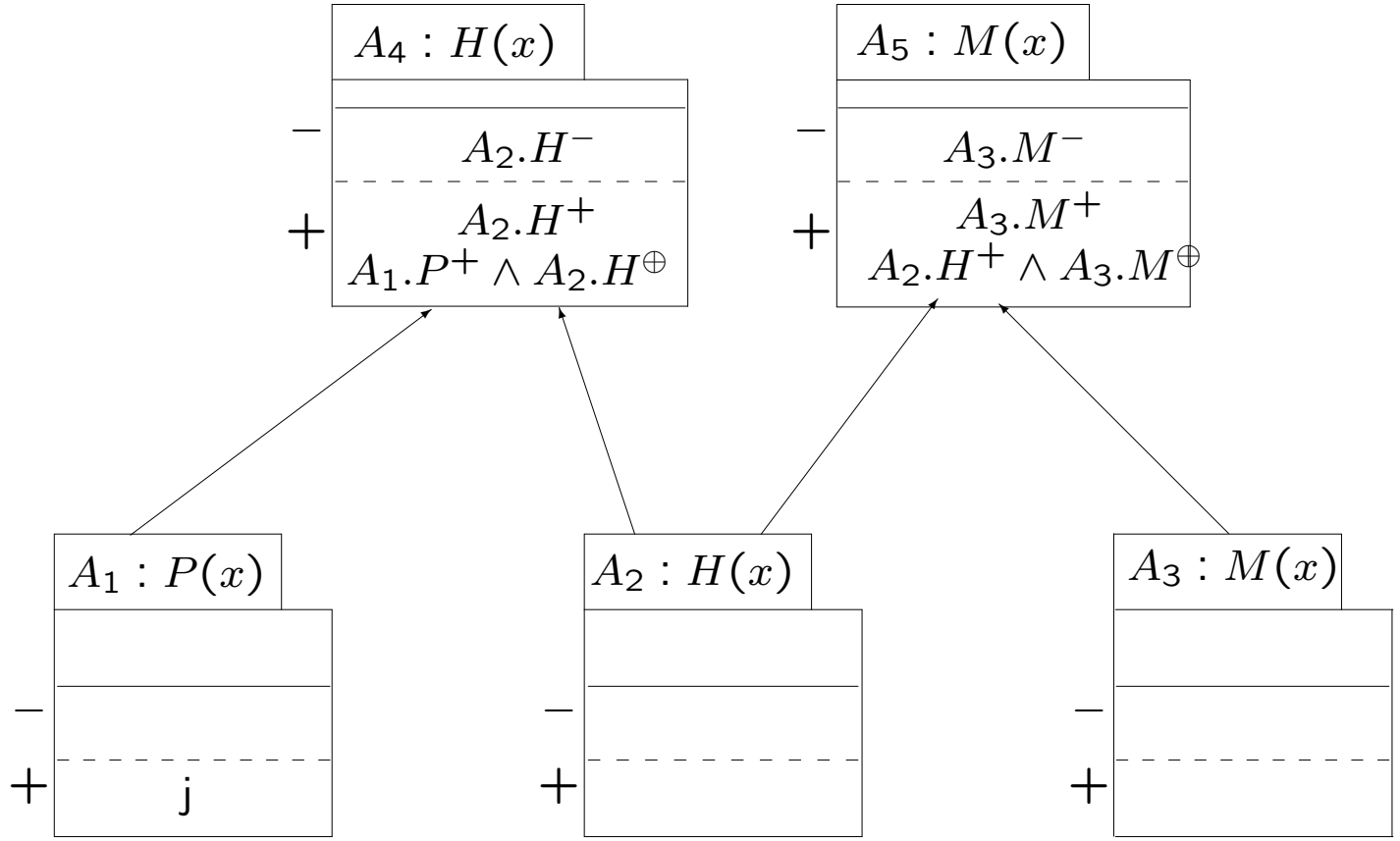
$$W = \{P(j)\} \quad D = \left\{ \frac{P(x) : H(x)}{H(x)}, \ \frac{H(x) : M(x)}{M(x)} \right\}.$$

i jej diagram



Teoria ta pozwala wywnioskować $M(j)$, co jest niezgodne z intuicją. Wniosek $H(j)$ jest akceptowalny, ale ponieważ wynika z domniemania, więc wydaje się za słaby, żeby wywnioskować $M(j)$.

CAKE pozwala nam łatwo zablokować niepożądane konkluzje. Wystarczy usunąć strzałkę z A_4 do A_5 i dodać strzałkę z A_2 do A_5. Dostajemy diagram



Formalizacja

Rozszerzamy język: dodajemy operator $\mathbf{K}$, który może wystąpić przed literałem i $\mathbf{K}l$ oznacza "wiadomo, że l jest prawdziwe". Tak więc, będziemy rozważać domniemania postaci

$$\frac{B_1 \wedge \cdots \wedge B_n : l}{l}$$

i każde B_i jest l lub $\mathbf{K}l$, gdzie l jest literałem.

Zdefiniujemy teraz diagramy SP-logiki domniemań.

Definicja 5

Niech $T = \langle A, D \rangle$ będzie normalną SP-teorią domniemań nad językiem $\mathcal{L}$. *Diagram* teorii T konstruuje się jak w definicji 1, gdzie punkty 4, 5 i 6 są zastąpione przez

4. Niech A będzie niezależnym agentem reprezentującym domniemanie d, którego konsekwencja zawiera symbol relacyjny R. Niech $R_1, \ldots, R_n$ będą wszystkimi symbolami relacyjnymi występującymi w warunku wstępnym d i niech $R'_1, \ldots R'_l$ będą tymi spośród $R_1, \ldots, R_k$, które nie są poprzedzone operatorem $\mathbf{K}$. Dla każdego $1 \leq i \leq k$ tworzymy strzałkę do A z każdego agenta bazodanowego reprezentującego R_i i dla każdego $1 \leq i \leq l$ tworzymy strzałke z każdego modułu (lub niezależnego default-agenta) reprezentującego R'_i oraz bazodanowego agenta reprezentującego R.

5. Niech M będzie modułem reprezentującym relację R, a $A_1, \ldots, A_n$ default-agentami z M, gdzie A_i odpowiada domniemaniu d_i. Niech $R_1, \ldots, R_k$ będą wszystkimi symbolami relacyjnymi występującymi w warunkach wstępnych $d_1, \ldots, d_n$ i niech $R'_1, \ldots R'_l$ będą tymi spośród $R_1, \ldots, R_k$, które nie są poprzedzone operatorem $\mathbf{K}$. Prowadzimy strzałkę do M z agenta bazodanowego reprezentującego R_i dla każdego $1 \leq i \leq k$ i strzałkę z modułu reprezentujacego R'_i dla każdego $1 \leq i \leq l$ oraz z agenta bazodanowego reprezentującego R.

6. Przypisanie metod default-agentom. Niech agent reprezentuje domniemanie postaci $B_1 \wedge \cdots \wedge B_n : l/l$, gdzie $n \geq 0$, a $R_1, \ldots, R_n, R$ są odpowiadającymi im symbolami relacji. Niech $B'_1, \ldots, B'_k$ są tymi czynnikami spośród $B_1 \wedge \cdots \wedge B_n$, które nie są poprzedzone przez $\mathbf{K}$ a $R'_1, \ldots, R'_k$ są symbolami relacji występującymi w $B'_1, \ldots, B'_k$. Generujemy

dwie *metody bazodanowe*, mianowicie $A_k.R^+$ i $A_k.R^-$, gdzie A_k jest agentem bazodanowym odpowiedzialnym za relację R, i umieszczamy je, odpowiednio, w pozytywnej i negatywnej części diagramu. Następnie generujemy *default-metodę*, którą umieszcza się w pozytywnej części, jeśli l jest literałem pozytywnym, a w negatywnej w przeciwnym przypadku. Konstrukcja metod przebiega w sposób następujący:

(a) Załóżmy najpierw, że żadna z $R'_1, \ldots, R'_k$ nie jest reprezentowana przez default-moduł ani przez niezależnego default-agenta. Default-metoda jest postaci

$$A_1.X_1 \wedge \cdots \wedge A_n.X_n \wedge A.X, \tag{5}$$

gdzie $A_1, \ldots, A_n, A$ są agentami bazodanowymi odpowiedzialnymi za $R_1, \ldots, R_n, R$, odpowiednio, X_i jest

$R_i{}^+$ (jeśli l_i jest pozytywny) lub $R_i{}^-$ (jeśli l_i jest negatywny) a X jest $\neg R^-$ (jeśli l jest pozytywny) lub $\neg R^+$ (jeśli l jest negatywny).

(b) Załóżmy teraz, że przynajmniej jedna z $R'_1, \ldots, R'_k$ jest reprezentowana przez default-moduł lub przez niezależnego default-agenta. Niech $R'_i, \ldots R'_j$ będą wszystkimi relacjami spośród $R_1, \ldots, R_n$, które są reprezentowane przez default-moduł lub przez niezależnego default-agenta, a $M_i, \ldots, M_j$ są odpowiadającymi im modułami. Metoda jest postaci (5) gdzie $A_i, \ldots, A_j$ są zastąpione odpowiednio przez $M_i, \ldots, M_j$.

Jak poprzednio, z powyższego diagramu generujemy zbiór reguł (CAKE program) stosując standardową metodologię CAKE'a. W przypadku konfliktów stosuje się standardowy mechanizm głosowania (voting), więc nie włącza się tych granulek do default-modułów.

Twierdzenie 2

Zbiór reguł normalnej SP-teorii domniemań, gdzie wszystkie warunki wstępne są mocne jest stratyfikowalny.▪

Przykład 7

John jest osobą.

Na ogół ludzie są uczciwi.

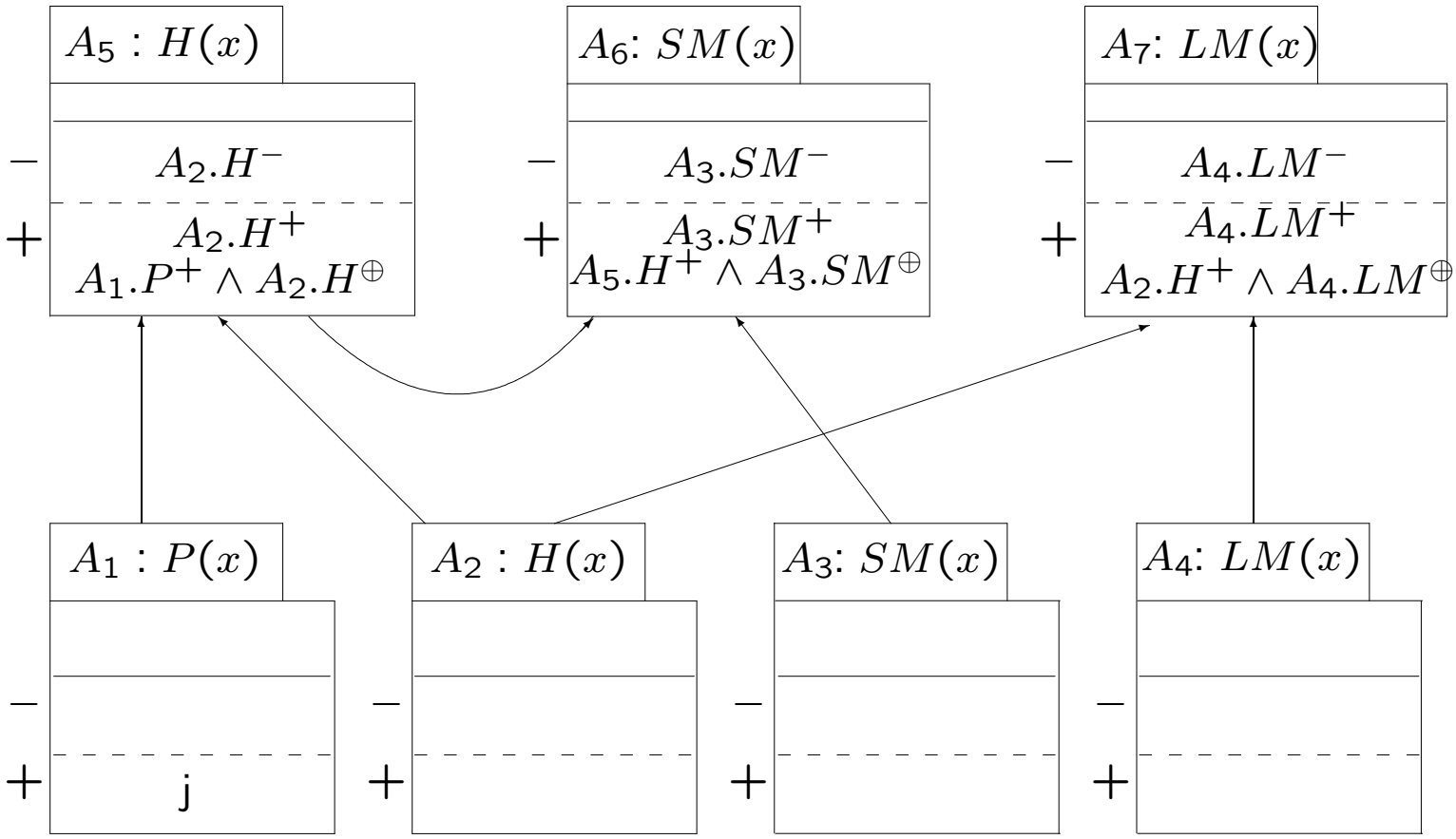
Na ogół, osobie, o której wierzymy, że jest uczciwa, można bezpiecznie pożyczyć niewielka kwotę pieniądzy.

Na ogół, osobie, o której wiadomo, że jest uczciwa, można bezpiecznie pożyczyć dużą kwotę pieniądzy.

Teoria domniemań reprezentująca te zdania:

$$A = \{P(j)\}$$
$$D = \left\{ \frac{P(x) : H(x)}{H(x)}, \frac{H(x) : SM(x)}{SM(x)}, \frac{\mathbf{K}H(x) : LM(x)}{LM(x)} \right\}.$$

i jej diagram


$A_5 : H(x)$
A_6: $SM(x)$
A_7: $LM(x)$
$A_2.H^-$
$A_2.H^+$
$A_1.P^+ \wedge A_2.H^\oplus$
$A_3.SM^-$
$A_3.SM^+$
$A_5.H^+ \wedge A_3.SM^\oplus$
$A_4.LM^-$
$A_4.LM^+$
$A_2.H^+ \wedge A_4.LM^\oplus$
$A_1 : P(x)$
$A_2 : H(x)$
A_3: $SM(x)$
A_4: $LM(x)$
j

Reguły:

$$A_1.P^+(j)$$
$$A_2.H^-(x) \rightarrow A_5.H^-(x)$$
$$[A_2.H^+(x) \vee [A_1.P^+(x) \wedge \neg A_2.H^-(x)]] \rightarrow A_5.H^+(x)$$
$$A_3.SM^-(x) \rightarrow A_6.SM^-(x)$$
$$[A_3.SM^+(x) \vee [A_5.H^+(x) \wedge \neg A_3.SM^-(x)]] \rightarrow A_6.SM^+(x)$$
$$A_4.LM^-(x) \rightarrow A_7.LM^-(x)$$
$$[A_4.LM^+(x) \vee [A_2.H^+(x) \wedge \neg A_4.LM^-(x)]] \rightarrow A_7.LM^+(x).$$

i obliczenia:

$$\{\}$$
$$\{A_1.P^+(j)\}$$
$$\{A_1.P^+(j), A_5.H^+(j)\}$$
$$\{A_1.P^+(j), A_5.P^+(j), A_6.SM^+(j)\}.$$

$SM(j)$ należy do rozszerzenia teorii T, a $LM(j)$ nie.

Semi-normalne teorie logiki domniemań

Domniemanie nazywamy semi-normalnym, jeśli jest postaci

$$\frac{l_1 \wedge \cdots \wedge l_n : l'_1 \wedge \cdots \wedge l'_k \wedge l}{l}$$

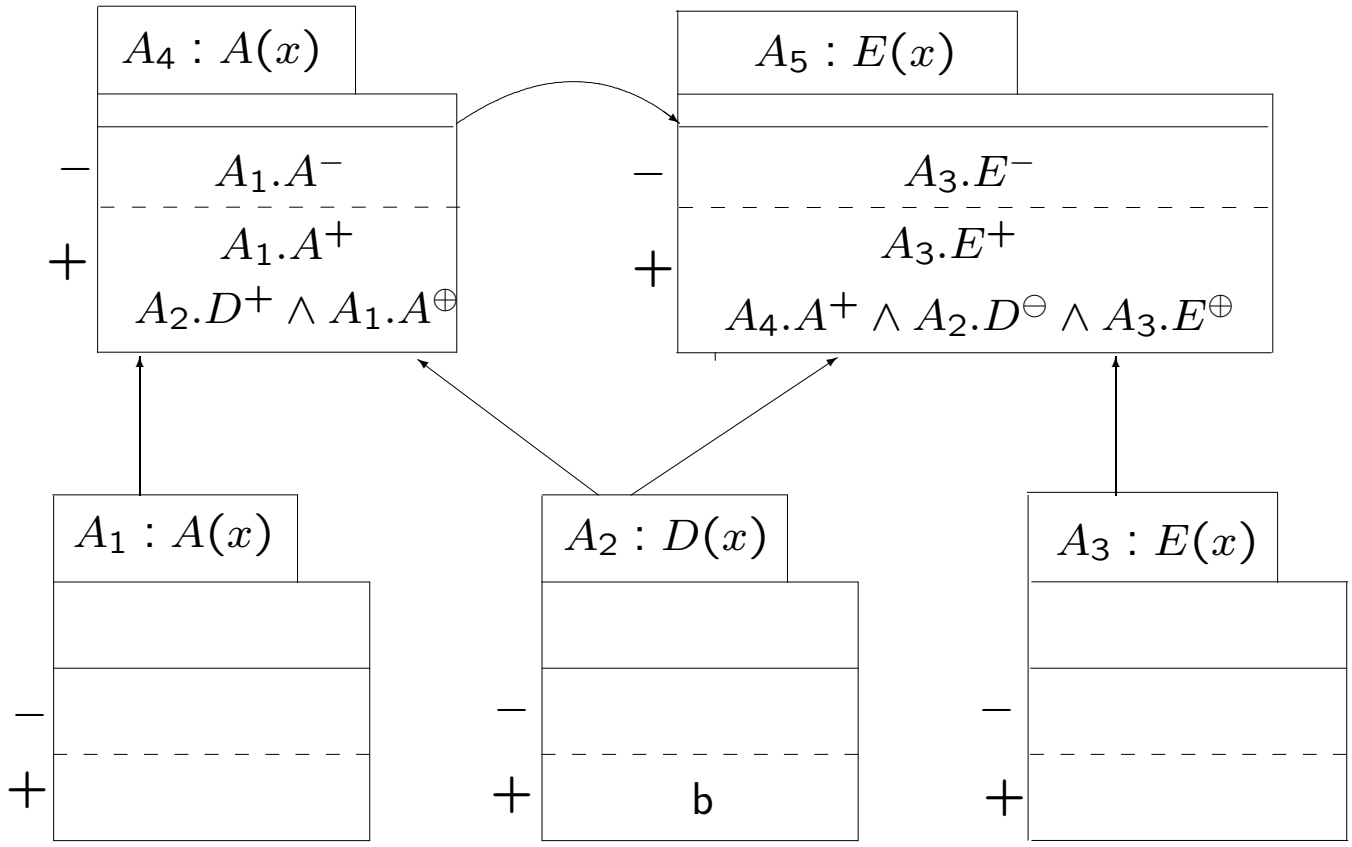
gdzie $l_1, \ldots, l_n, l'_1, \ldots, l'_k, l$ są literałami.

Przykład 8

Rozważmy $T = \langle A, D \rangle$, gdzie

$$A = \{D(\mathsf{b})\} \text{ and } D = \left\{ \frac{D(x) : A(x)}{A(x)}, \ \frac{A(x) : \neg D(x) \wedge E(x)}{E(x)} \right\}.$$

która ma diagram


$A_4 : A(x)$
$A_5 : E(x)$
$-$
$A_1.A^-$
$+$
$A_1.A^+$
$A_2.D^+ \wedge A_1.A^\oplus$
$-$
$A_3.E^-$
$+$
$A_3.E^+$
$A_4.A^+ \wedge A_2.D^\ominus \wedge A_3.E^\oplus$
$A_1 : A(x)$
$A_2 : D(x)$
$A_3 : E(x)$
$-$
$+$
$-$
$+$
b
$-$
$+$

W przypadku domniemań semi-normalnych musimy jeszcze uwzględnić dodatkowe czynniki występujące w uzasadnieniu. W rozważanym przykładzie metoda domniemania odwołuje się do relacji D.

Reguły dla tego przykładu

$$A_2.D^+(\mathsf{b})$$
$$A_1.A^-(x) \rightarrow A_4.A^-(x)$$
$$\left\{A_1.A^+(x) \vee [A_2.D^+(x) \wedge \neg A_1.A^-(x)]\right\} \rightarrow A_4.A^+(x)$$
$$A_3.E^-(x) \rightarrow A_5.E^-(x)$$
$$\left\{A_3.E^+(x) \vee [A_4.A^+(x) \wedge \neg A_2.D^+(x) \wedge \neg A_3.E^-(x)]\right\} \rightarrow A_5.E^+(x).$$

i obliczenia

$$\{\}$$
$$\{A_2.D^+(\mathsf{b})\}$$
$$\{A_2.D^+(\mathsf{b}), A_4.A^+(\mathsf{b})\}.$$

Jeśli interesuje nas czy $E(b)$, to widać, że ani $A_5.E^+(b)$, ani $A_5.E^-(b)$ nie należy do punktu stałego, więc odpowiedź jest *Unknown*.

Konstrukcja diagramu jest analogiczna jak w przypadku teorii normalnych. Należy jedynie uwzględnić odwołania do dodatkowych czynników w uzasadnieniu.

Niestratyfikowalne teorie domniemań

Jeśli teoria domniemań nie jest stratyfikowalna, do obliczenia rozszerzenia stosujemy semantykę well-founded. Postępujemy w sposób następujący:

1. zbiór reguł teorii jest CAKE programem Π_T.
2. liczymy well-founded model $\mathbf{S}^*_*$ programu Π_T.
3. na podstawie otrzymanego modelu wyznaczamy rozszerzenie.

Definicja 6

Niech T będzie teorią domniemań, a Π_T CAKE programem teorii T. Ukonkretniony (ground) literał postaci $P(\bar{c})$ (odpowiednio $\neg P(\bar{c})$) jest wf-wyprowadzalny z T wtedy i tylko wtedy, gdy $X.P^{+}(\bar{c})$ (odpowiednio $X.P^{-}(\bar{c})$), gdzie X jest nazwą agenta bazodanowego, niezależnego default-agenta lub default-modułu, należy do well-founded modelu $\mathbf{S}^{*}_{*}$ programu Π_T.▪

Definicja 7

Niech T będzie teorią domniemań. Wf-rozszerzeniem T jest zbiór ukonkretnionych literałów wyprowadzalnych z T.▪

Wracamy do przykładu 4. Wf-model dla tego przykładu jest

$$\{\ N.Q^{+}(\mathsf{n}), A_3.Q^{+}(\mathsf{n}), A_7.Q^{+}(\mathsf{n}), A_8.Q^{+}(\mathsf{n}),$$
$$\neg N.Q^{-}(\mathsf{n}), \neg A_3 Q^{-}(\mathsf{n}), \neg A_7.Q^{-}(\mathsf{n}), \neg A_8.Q^{-}(\mathsf{n}),$$
$$M.P^{+}(\mathsf{n}), A_6.P^{+}(\mathsf{n}),$$
$$\neg M.P^{-}(\mathsf{n}), \neg A_2.P^{-}(\mathsf{n}), \neg A_2.P^{+}(\mathsf{n}),$$
$$\neg A_5.P^{-}(\mathsf{n}), \neg A_5.P^{+}(\mathsf{n}), \neg A_6.P^{-}(\mathsf{n}),$$
$$\neg A_1.R^{+}(\mathsf{n}),$$
$$\neg A_4.S^{+}(\mathsf{n})\ \}.$$

Tak więc, teoria T ma wf-rozszerzenie

$$E = \{P(\mathsf{n}), Q(\mathsf{n})\}.$$

Twierdzenie 3
Niech T będzie stratyfikowalną teorią domniemań. E jest rozszerzeniem teorii T wtedy i tylko wtedy, gdy jest wf-rozszerzeniem T.▪

Twierdzenie 4
Obliczenie rozszerzenia teorii T jest wielomianowe względem liczby reguł CAKE programu tej teorii.▪