

Zadania domowe z GAL I — seria 7 (termin: 14 XII)

1-3. Patrz zadania nr 1-3 na liście wykładowcy (kliknij link):

http://www.mimuw.edu.pl/~stroa/Gal1_12/Gal_Zadania_Seria_7.pdf

4. Wiadomo, że

$$\mathcal{B} : \quad (1, -3, 1), \quad (-1, 2, 0), \quad (1, 0, -3),$$

$$M(\varphi)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad M(\varphi)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Czy na podstawie tych informacji można wyznaczyć bazy \mathcal{A} , \mathcal{C} ? Jeśli którąś z nich można wyznaczyć, zrób to; w przeciwnym razie uzasadnij (np. podając odpowiednie przykłady), że jest to niemożliwe.

5. Niech $\psi : \mathbb{R}^a \rightarrow \mathbb{R}^b$ będzie rzędu r . Udowodnij, że istnieją bazy \mathcal{A} , \mathcal{B} takie, że $M(\psi)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}$ zawiera r jedynek na przekątnej wychodzącej z lewego górnego rogu, a oprócz tego same zera:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \\ \hline & & 0 \\ & & 0 \end{array} \right].$$