

## Zadania domowe z GAL I — seria 4 (termin: 13 XI)

**1-3.** Patrz zadania nr 1-3 na liście wykładowcy (kliknij link):

[http://www.mimuw.edu.pl/~stroa/Gal1\\_12/Gal\\_Zadania\\_Seria\\_4.pdf](http://www.mimuw.edu.pl/~stroa/Gal1_12/Gal_Zadania_Seria_4.pdf)

*Wyjaśnienie: w zadaniu 2 działanie  $\circ$  pełni rolę mnożenia mnożenia skalarno-wektorowego w przestrzeni liniowej  $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$ . Mnożenie w ciele  $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$  jest standardowe.*

**4. a)** Znajdź bazę przestrzeni

$$\text{lin}((1, 2, 3, -2, -4), (1, 4, -3, -4, 2), (1, 3, 0, -3, -1)).$$

**b)** Dopełnij bazę otrzymaną w punkcie **a)** do bazy przestrzeni rozwiązań układu równań o macierzy

$$\left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

**c)** Zauważ, że w punktach **a)** i **b)** jest wiele poprawnych wyników. Co więcej, ponieważ treść punktu **b)** zależy od bazy wybranej w punkcie **a)**, teoretycznie zbiór poprawnych wyników w **b)** mógłby również zależeć od tej bazy. Udowodnij, że jednak nie zależy.

**5.** Udowodnij, że przestrzeń wielomianów (o współczynnikach rzeczywistych, ze standardowymi działaniami) ma nieskończony wymiar nad  $\mathbb{R}$ .