

## Zadania domowe z GAL I — seria 3 (termin: wtorek 6 XI)

1-3. Patrz zadania nr 1-3 na liście wykładowcy (kliknij link):

[http://www.mimuw.edu.pl/~stroa/Gal1\\_12/Gal\\_Zadania\\_Seria\\_3.pdf](http://www.mimuw.edu.pl/~stroa/Gal1_12/Gal_Zadania_Seria_3.pdf)

4. Niech  $z_1, z_2, z_3$  będą parami różnymi liczbami zespolonymi, tworzącymi na płaszczyźnie trójkąt. Zauważ, że warunek ten można wyrazić w języku liczb zespolonych na przykład tak:  $\frac{z_2-z_1}{z_3-z_1} \notin \mathbb{R}$ . W poniższych podpunktach podano w języku liczb zespolonych różne warunki na temat położenia punktu  $z \in \mathbb{C}$ . Przetłumacz (podając stosowne uzasadnienie) tych pięć warunków na szkolny język geometrii trójkąta.

- (a)  $z = \frac{z_1+z_2}{2};$
- (b)  $|z - z_1| = |z - z_2| = |z - z_3|;$
- (c)  $z = \frac{z_1+z_2+z_3}{3};$
- (d)  $\frac{(z-z_1)}{i(z_2-z_3)}, \frac{(z-z_2)}{i(z_3-z_1)}, \frac{(z-z_3)}{i(z_1-z_2)} \in \mathbb{R};$
- (e)  $\frac{(z-z_1)^2}{(z_2-z_1)(z_3-z_1)}, \frac{(z-z_2)^2}{(z_3-z_2)(z_1-z_2)}, \frac{(z-z_3)^2}{(z_1-z_3)(z_2-z_3)} \in \mathbb{R}.$

5. Udowodnij, że istnieje liczba zespolona  $z$  taka, że

$$z^{2012} = -2 \quad \text{oraz} \quad |z - i| \leq \frac{1}{10}.$$