

Zadania domowe z GAL I — seria 5 (termin: 18 XI)

1. Niech

$$W = \text{lin}((1, 2, 1, 3), (2, 5, 1, 4), (1, -1, 4, a))$$

a) W zależności od wartości $a \in \mathbb{R}$ opisz podprzestrzeń W układem równań oraz podaj jej wymiar.

b) Korzystając z układu znalezionego w punkcie a), sprawdź, dla jakich wartości $a, b \in \mathbb{R}$ wektor $(1, b, 2, 4)$ należy do W .

2. Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu równań o macierzy

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right]$$

i dopełnij ją do bazy \mathbb{R}^4 używając wektorów

$$(1, 3, 3, -1), \quad (0, 1, 1, -2), \quad (0, 1, 2, -1), \quad (0, 1, 0, -15)$$

3. Niech U będzie układem równań o macierzy

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -2 & 1 & p & 1 & p \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & p & 1 & p & 3 \end{array} \right]$$

Korzystając z twierdzenia Kroneckera-Capelliego:

a) Zbadaj, dla jakich $p \in \mathbb{R}$ układ U jest niesprzeczny.

b) Dla każdego $p \in \mathbb{R}$ wyznacz **wymiar** przestrzeni (*a nie samą przestrzeń - więc jest prościej!*) rozwiązań układu U' będącego ujednorodnieniem U , tzn. mającego macierz

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -2 & 1 & p & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & p & 1 & p & 0 \end{array} \right]$$