

Zadania domowe z GAL I — seria 3 (termin: 4 XI)

Wybierz **trzy** spośród poniższych zadań.

1. a) Znajdź wszystkie zespolone pierwiastki wielomianu

$$P(x) = x^4 + 6x^2 + 25.$$

b) Przedstaw P jako iloczyn wielomianów o współczynnikach rzeczywistych stopnia co najwyżej 2.


(Wskazówka: zwróć uwagę na pary pierwiastków sprzężonych)

2. Które z poniższych zbiorów są podprzestrzeniami liniowymi podanych przestrzeni (wszystko dzieje się nad ciałem \mathbb{R})?

- (a) $\{(x_n) \mid \forall_{n < 100} x_n = x_{n+1}^2\} \subseteq \mathbb{R}^{100}$
- (b) $\{(x_n) \mid \forall_{n < 100} x_n = n^2 x_{n+1}\} \subseteq \mathbb{R}^{100}$
- (c) $\{f \mid f(1) = f(2) - f(3)\} \subseteq F(\mathbb{R}, \mathbb{R})$
- (d) $\{f \mid f(1) = |f(f(1))|\} \subseteq F(\mathbb{R}, \mathbb{R})$

3. Dla jakich wartości $t \in \mathbb{R}$ zbiór rozwiązań poniższego układu równań jest podprzestrzenią liniową w \mathbb{R}^6 (nad ciałem \mathbb{R})?

$$\begin{cases} 2x_1 - tx_2(1 - tx_4) - 3x_3 + x_4 & = x_2x_4 + tx_4 \\ x_5 & = t^2x_6 \end{cases}$$

4. () Niech V będzie przestrzenią liniową nad ciałem K . Niech W_1, W_2 będą podprzestrzeniami V . Udowodnij, że $W_1 \cup W_2$ jest podprzestrzenią przestrzeni V wtedy i tylko wtedy, gdy $W_1 \subseteq W_2$ lub $W_2 \subseteq W_1$.