

# Programowanie z typami zależnymi i dowodzenie twierdzeń

Taktyki

28.04.2015

# Taktyka *destruct* as

W rozwiązaniach FunOpt.v pojawiła się następująca sytuacja:

W założeniach było

```
IHe2 : varsType va vt ->
```

```
Some tNat = Some tNat ->
```

```
exists vv : val, eval va e2 = Some vv ^ type_val vv = tNat
```

Wtedy `destruct IHe2 as (vv2, ?)`; wprowadzi nowe cele dowodowe:

```
varsType va vt
```

```
Some tNat = Some tNat
```

i rozszerzy założenia aktualnego celu dowodowego o `vv2:val` i

```
NowaNazwa: eval va e2 = Some vv ^ type_val vv = tNat
```

# Taktyka *destruct* as

W rozwiązaniach FunOpt.v pojawiła się następująca sytuacja:

W założeniach było

```
IHe2 : varsType va vt ->
```

```
Some tNat = Some tNat ->
```

```
exists vv : val, eval va e2 = Some vv ^ type_val vv = tNat
```

Wtedy `destruct IHe2 as (vv2, ?)`; wprowadzi nowe cele dowodowe:

```
varsType va vt
```

```
Some tNat = Some tNat
```

i rozszerzy założenia aktualnego celu dowodowego o `vv2:val` i

```
NowaNazwa: eval va e2 = Some vv ^ type_val vv = tNat
```

Taktyka *destruct* as cd.

```
Goal (exists n, R n) -> R 0 ∨ (exists m, R (S m)).
```

```
intro.
```

```
destruct H as ([ | 1], W);[left|right];eauto.
```

Nawiasy kwadratowe — “łapanie” wartości pod kolejnymi konstruktorami  
 Nawiasy okrągłe — “łapanie” kolejnych argumentów pod jednym konstruktorem

Taktyka *destruct* as cd.

```
Goal (exists n, R n) -> R 0 ∨ (exists m, R (S m)).
```

```
intro.
```

```
destruct H as ([ | 1], W);[left|right];eauto.
```

Nawiasy kwadratowe — “łapanie” wartości pod kolejnymi konstruktorami  
 Nawiasy okrągłe — “łapanie” kolejnych argumentów pod jednym konstruktorem

# Taktyka *destruct* eqn

`destruct t eqn:?`

- jak `destruct` ale pozostawia równość pomiędzy termem i jego możliwymi wartościami
- po dwukropku wzór nazwy na tę równość; ? zostawia Coqowi decyzję co do nazwy

# Auto

- **auto** — używa rekurencyjnie `assumption`, `intro` i `apply` do dołożonych założeń i lematów z bazy hintów `core` pasujących do symbolu głowowego aktualnego celu dowodowego,
- `auto num` — używa `auto` na głębokość `num`. Domyślnie jest 5.
- `auto with ident1 ... identn` — używa `auto` z bazami hintów `ident1`, ..., `identn`,
- `trivial` — próbuje tylko bardzo prostych lematów do zakończenia dowodu.

# Auto

- **auto** — używa rekurencyjnie `assumption`, `intro` i `apply` do dołożonych założeń i lematów z bazy hintów `core` pasujących do symbolu głowowego aktualnego celu dowodowego,
- **auto num** — używa `auto` na głębokość `num`. Domyślnie jest 5.
- **auto with ident1 ... identn** — używa `auto` z bazami hintów `ident1`, ..., `identn`,
- **trivial** — próbuje tylko bardzo prostych lematów do zakończenia dowodu.



# Auto

- **auto** — używa rekurencyjnie `assumption`, `intro` i `apply` do dołożonych założeń i lematów z bazy hintów `core` pasujących do symbolu głowowego aktualnego celu dowodowego,
- **auto num** — używa `auto` na głębokość `num`. Domyślnie jest 5.
- **auto with ident1 ... identn** — używa `auto` z bazami hintów `ident1`, ..., `identn`,
- **trivial** — próbuje tylko bardzo prostych lematów do zakończenia dowodu.

# Auto

- **auto** — używa rekurencyjnie `assumption`, `intro` i `apply` do dołożonych założeń i lematów z bazy hintów `core` pasujących do symbolu głowowego aktualnego celu dowodowego,
- **auto num** — używa `auto` na głębokość `num`. Domyślnie jest 5.
- **auto with ident1 ... identn** — używa `auto` z bazami hintów `ident1`, ..., `identn`,
- **trivial** — próbuje tylko bardzo prostych lematów do zakończenia dowodu.

## Eauto

Taktyka **eauto** to uogólnienie auto (używa eapply, zamiast apply)

```
Coq< Hint Resolve ex_intro.
```

```
Coq < Goal forall P:nat -> Prop, P 0 -> exists n, P n.
```

```
1 subgoal
```

```
=====
forall P0 : nat -> Prop, P0 0 -> exists n : nat, P0 n
```

```
Coq < eauto.
```

```
No more subgoals.
```

## Eauto

Taktyka **eauto** to uogólnienie auto (używa eapply, zamiast apply)

```
Coq< Hint Resolve ex_intro.
```

```
Coq < Goal forall P:nat -> Prop, P 0 -> exists n, P n.
```

```
1 subgoal
```

```
=====
forall P0 : nat -> Prop, P0 0 -> exists n : nat, P0 n
```

```
Coq < eauto.
```

```
No more subgoals.
```

# Hint

- lematy używane przez auto i eauto są w bazach hintów,
- bazy ideksowane głowowym symbolem lematu; z tym symbolem związana jest lista hintów,
- każdy hint ma swój koszt; hinty tańsze są próbowane wcześniej,
- auto próbuje hintów dla symbolu głowowego pasującego do głowy aktualnego celu dowodowego lub hintów ogólnych.

```
Create HintDb ident
```

# Hint

- lematy używane przez auto i eauto są w bazach hintów,
- bazy ideksowane głowowym symbolem lematu; z tym symbolem związana jest lista hintów,
- każdy hint ma swój koszt; hinty tańsze są próbowane wcześniej,
- auto próbuje hintów dla symbolu głowowego pasującego do głowy aktualnego celu dowodowego lub hintów ogólnych.

```
Create HintDb ident
```

# Hint

- lematy używane przez auto i eauto są w bazach hintów,
- bazy ideksowane głowowym symbolem lematu; z tym symbolem związana jest lista hintów,
- każdy hint ma swój koszt; hinty tańsze są próbowane wcześniej,
- auto próbuje hintów dla symbolu głowowego pasującego do głowy aktualnego celu dowodowego lub hintów ogólnych.

```
Create HintDb ident
```

# Hint

- lematy używane przez auto i eauto są w bazach hintów,
- bazy ideksowane głowowym symbolem lematu; z tym symbolem związana jest lista hintów,
- każdy hint ma swój koszt; hinty tańsze są próbowane wcześniej,
- auto próbuje hintów dla symbolu głowowego pasującego do głowy aktualnego celu dowodowego lub hintów ogólnych.

```
Create HintDb ident
```



# Hint

- lematy używane przez auto i eauto są w bazach hintów,
- bazy ideksowane głowowym symbolem lematu; z tym symbolem związana jest lista hintów,
- każdy hint ma swój koszt; hinty tańsze są próbowane wcześniej,
- auto próbuje hintów dla symbolu głowowego pasującego do głowy aktualnego celu dowodowego lub hintów ogólnych.

```
Create HintDb ident
```

# Hint

- lematy używane przez auto i eauto są w bazach hintów,
- bazy ideksowane głowowym symbolem lematu; z tym symbolem związana jest lista hintów,
- każdy hint ma swój koszt; hinty tańsze są próbowane wcześniej,
- auto próbuje hintów dla symbolu głowowego pasującego do głowy aktualnego celu dowodowego lub hintów ogólnych.

```
Create HintDb ident
```

# Dodawanie hintów do baz ident1 ... identn

```
Hint hint_def : ident1 ... identn
```

gdzie `hint_def` to

- **Resolve term** — dodaje `apply term` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym; koszt hintu to liczba wygenerowanych "subgoals". Jeśli "subgoals" mają zmienne wolne to ten hint będzie używany tylko przez `eauto`.
- **Immediate term** — dodaje `apply term`; `trivial` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym. Koszt to 1. Przydatny do używania własności typu symetria równości.
- **Constructor ident** — dodaje wszystkie konstruktory typu indukcyjnego `ident` jako hinty typu `Resolve`.
- **Unfold ident** — rozwija `ident`, jeśli jest w głowie celu dowodowego.
- **Extern num [pattern] => tactic** — ogólna postać

# Dodawanie hintów do baz ident1 ... identn

Hint `hint_def` : `ident1 ... identn`

gdzie `hint_def` to

- **Resolve** *term* — dodaje `apply term` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym; koszt hintu to liczba wygenerowanych “subgoals”. Jeśli “subgoals” mają zmienne wolne to ten hint będzie używany tylko przez `eauto`.
- **Immediate** *term* — dodaje `apply term`; `trivial` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym. Koszt to 1. Przydatny do używania własności typu symetria równości.
- **Constructor** *ident* — dodaje wszystkie konstruktory typu indukcyjnego *ident* jako hinty typu `Resolve`.
- **Unfold** *ident* — rozwija *ident*, jeśli jest w głowie celu dowodowego.
- **Extern** *num* [*pattern*] => *tactic* — ogólna postać

# Dodawanie hintów do baz ident1 ... identn

Hint `hint_def` : `ident1 ... identn`

gdzie `hint_def` to

- **Resolve** `term` — dodaje `apply term` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym; koszt hintu to liczba wygenerowanych “subgoals”. Jeśli “subgoals” mają zmienne wolne to ten hint będzie używany tylko przez `eauto`.
- **Immediate** `term` — dodaje `apply term`; `trivial` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym. Koszt to 1. Przydatny do używania własności typu symetria równości.
- **Constructor** `ident` — dodaje wszystkie konstruktory typu indukcyjnego `ident` jako hinty typu `Resolve`.
- **Unfold** `ident` — rozwija `ident`, jeśli jest w głowie celu dowodowego.
- **Extern** `num` [`pattern`]  $\Rightarrow$  `tactic` — ogólna postać

# Dodawanie hintów do baz ident1 ... identn

Hint `hint_def` : `ident1 ... identn`

gdzie `hint_def` to

- **Resolve** `term` — dodaje `apply term` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym; koszt hintu to liczba wygenerowanych “subgoals”. Jeśli “subgoals” mają zmienne wolne to ten hint będzie używany tylko przez `eauto`.
- **Immediate** `term` — dodaje `apply term`; `trivial` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym. Koszt to 1. Przydatny do używania własności typu symetria równości.
- **Constructor** `ident` — dodaje wszystkie konstruktory typu indukcyjnego `ident` jako hinty typu `Resolve`.
- **Unfold** `ident` — rozwija `ident`, jeśli jest w głowie celu dowodowego.
- **Extern** `num` [`pattern`] `=>` `tactic` — ogólna postać

# Dodawanie hintów do baz ident1 ... identn

Hint `hint_def` : `ident1 ... identn`

gdzie `hint_def` to

- **Resolve** `term` — dodaje `apply term` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym; koszt hintu to liczba wygenerowanych “subgoals”. Jeśli “subgoals” mają zmienne wolne to ten hint będzie używany tylko przez `eauto`.
- **Immediate** `term` — dodaje `apply term`; `trivial` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym. Koszt to 1. Przydatny do używania własności typu symetria równości.
- **Constructor** `ident` — dodaje wszystkie konstruktory typu indukcyjnego `ident` jako hinty typu `Resolve`.
- **Unfold** `ident` — rozwija `ident`, jeśli jest w głowie celu dowodowego.
- **Extern** `num` [`pattern`] => `tactic` — ogólna postać

# Dodawanie hintów do baz ident1 ... identn

Hint `hint_def` : `ident1 ... identn`

gdzie `hint_def` to

- **Resolve** *term* — dodaje `apply term` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym; koszt hintu to liczba wygenerowanych “subgoals”. Jeśli “subgoals” mają zmienne wolne to ten hint będzie używany tylko przez `eauto`.
- **Immediate** *term* — dodaje `apply term`; `trivial` do listy hintów o odpowiednim symbolu głowowym. Koszt to 1. Przydatny do używania własności typu symetria równości.
- **Constructor** *ident* — dodaje wszystkie konstruktory typu indukcyjnego *ident* jako hinty typu `Resolve`.
- **Unfold** *ident* — rozwija *ident*, jeśli jest w głowie celu dowodowego.
- **Extern** *num* [*pattern*] => *tactic* — ogólna postać



# Przykład na Hint Extern

```
Hint Extern 4 (_<> _) => congruence.
```

```
Theorem bool_neq : true <> false.
```

```
auto.
```

```
Qed.
```

auto spróbuje tego hintu, jeśli głowa celu dowodowego jest nierównością i używanie hintów o koszcie mniejszym niż 4 nie zakończy dowodu.

# Przykład na Hint Extern

```
Hint Extern 4 (_<> _) => congruence.
```

```
Theorem bool_neq : true <> false.
```

```
auto.
```

```
Qed.
```

auto spróbuje tego hintu, jeśli głowa celu dowodowego jest nierównością i używanie hintów o koszcie mniejszym niż 4 nie zakończy dowodu.

# Autorewrite

- **autorewrite with ident1 ... identn** — wykonuje przepisywania według reguł po kolei z baz ident1, ..., identn.
- Może się zapętlić, jeśli reguły z jednej bazy tworzą nieterminujący system przepisywania.
- Może “pójść w złą stronę” i nie znaleźć odpowiedniego ciągu przepisać nawet jeśli on istnieje.
- **Hint Rewrite** służy do rozszerzania baz dla autorewrite.

# Autorewrite

- **autorewrite with ident1 ... identn** — wykonuje przepisywania według reguł po kolei z baz ident1, ..., identn.
- Może się zapętlić, jeśli reguły z jednej bazy tworzą nieterminujący system przepisywania.
- Może “pójść w złą stronę” i nie znaleźć odpowiedniego ciągu przepisać nawet jeśli on istnieje.
- **Hint Rewrite** służy do rozszerzania baz dla autorewrite.

# Autorewrite

- **autorewrite with ident1 ... identn** — wykonuje przepisywania według reguł po kolei z baz ident1, ..., identn.
- Może się zapętlić, jeśli reguły z jednej bazy tworzą nieterminujący system przepisywania.
- Może “pójść w złą stronę” i nie znaleźć odpowiedniego ciągu przepisania nawet jeśli on istnieje.
- **Hint Rewrite** służy do rozszerzania baz dla autorewrite.

# Autorewrite

- **autorewrite with ident1 ... identn** — wykonuje przepisywania według reguł po kolei z baz ident1, ..., identn.
- Może się zapętlić, jeśli reguły z jednej bazy tworzą nieterminujący system przepisywania.
- Może “pójść w złą stronę” i nie znaleźć odpowiedniego ciągu przepisań nawet jeśli on istnieje.
- **Hint Rewrite** służy do rozszerzania baz dla autorewrite.

# Procedury decyzyjne

- **contradiction** — kończy dowód, jeśli False albo  $A$  i  $\neg A$  są w założeniach,
- **tauto** — udowadnia instancje zdaniowych tautologii intuicjonistycznych; rozumie spójniki logiczne, nie rozumie lematów,
- **intuition** lub **intuition tac** — działa jak tauto, ale jak już nie ma co robić, próbuje tac lub auto with \*. Intuition upraszcza cel dowodowy.
- **firstorder** — eksperymentalne rozszerzenie tauto na logikę pierwszego rzędu,
- **congruence** — rozwiązuje równości zbudowane z konstruktorów i symboli funkcyjnych,
- **omega** — rozwiązuje formuły bez kwantyfikatorów w liniowej arytmetyce z równościami, nierównościami.

# Procedury decyzyjne

- **contradiction** — kończy dowód, jeśli False albo  $A$  i  $\neg A$  są w założeniach,
- **tauto** — udowadnia instancje zdaniowych tautologii intuicjonistycznych; rozumie spójniki logiczne, nie rozumie lematów,
- **intuition** lub **intuition tac** — działa jak tauto, ale jak już nie ma co robić, próbuje tac lub auto with \*. Intuition upraszcza cel dowodowy.
- **firstorder** — eksperymentalne rozszerzenie tauto na logikę pierwszego rzędu,
- **congruence** — rozwiązuje równości zbudowane z konstruktorów i symboli funkcyjnych,
- **omega** — rozwiązuje formuły bez kwantyfikatorów w liniowej arytmetyce z równościami, nierównościami.



# Procedury decyzyjne

- **contradiction** — kończy dowód, jeśli False albo  $A$  i  $\neg A$  są w założeniach,
- **tauto** — udowadnia instancje zdaniowych tautologii intuicjonistycznych; rozumie spójniki logiczne, nie rozumie lematów,
- **intuition** lub **intuition tac** — działa jak tauto, ale jak już nie ma co robić, próbuje tac lub auto with \*. Intuition upraszcza cel dowodowy.
- **firstorder** — eksperymentalne rozszerzenie tauto na logikę pierwszego rzędu,
- **congruence** — rozwiązuje równości zbudowane z konstruktorów i symboli funkcyjnych,
- **omega** — rozwiązuje formuły bez kwantyfikatorów w liniowej arytmetyce z równościami, nierównościami.

# Procedury decyzyjne

- **contradiction** — kończy dowód, jeśli False albo  $A$  i  $\neg A$  są w założeniach,
- **tauto** — udowadnia instancje zdaniowych tautologii intuicjonistycznych; rozumie spójniki logiczne, nie rozumie lematów,
- **intuition** lub **intuition tac** — działa jak tauto, ale jak już nie ma co robić, próbuje tac lub auto with \*. Intuition upraszcza cel dowodowy.
- **firstorder** — eksperymentalne rozszerzenie tauto na logikę pierwszego rzędu,
- **congruence** — rozwiązuje równości zbudowane z konstruktorów i symboli funkcyjnych,
- **omega** — rozwiązuje formuły bez kwantyfikatorów w liniowej arytmetyce z równościami, nierównościami.

# Procedury decyzyjne

- **contradiction** — kończy dowód, jeśli False albo  $A$  i  $\neg A$  są w założeniach,
- **tauto** — udowadnia instancje zdaniowych tautologii intuicjonistycznych; rozumie spójniki logiczne, nie rozumie lematów,
- **intuition** lub **intuition tac** — działa jak tauto, ale jak już nie ma co robić, próbuje tac lub auto with \*. Intuition upraszcza cel dowodowy.
- **firstorder** — eksperymentalne rozszerzenie tauto na logikę pierwszego rzędu,
- **congruence** — rozwiązuje równości zbudowane z konstruktorów i symboli funkcyjnych,
- **omega** — rozwiązuje formuły bez kwantyfikatorów w liniowej arytmetyce z równościami, nierównościami.

# Procedury decyzyjne

- **contradiction** — kończy dowód, jeśli False albo  $A$  i  $\neg A$  są w założeniach,
- **tauto** — udowadnia instancje zdaniowych tautologii intuicjonistycznych; rozumie spójniki logiczne, nie rozumie lematów,
- **intuition** lub **intuition tac** — działa jak tauto, ale jak już nie ma co robić, próbuje tac lub auto with \*. Intuition upraszcza cel dowodowy.
- **firstorder** — eksperymentalne rozszerzenie tauto na logikę pierwszego rzędu,
- **congruence** — rozwiązuje równości zbudowane z konstruktorów i symboli funkcyjnych,
- **omega** — rozwiązuje formuły bez kwantyfikatorów w liniowej arytmetyce z równościami, nierównościami.

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....



# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Tacticals

- **t1;t2** — aplikuje taktykę t1, a potem t2 na powstałych “subgoals”
- **t1 || t2** — aplikuje taktykę t1; jeśli to zawiedzie to aplikuje t2
- **try t** — aplikuje taktykę t; nic nie robi jeśli t zawiedzie
- **repeat t** — aplikuje taktykę t dopóki może być zaaplikowana i dopóki to coś zmienia w celu dowodowym
- **first [t1 | ... | tn ]** — aplikuje pierwszą aplikowalną taktykę z listy; zawodzi gdy nie ma takiej taktyki
- **solve [ expr1 | ... | exprn ]** — podobnie jak first ale zaaplikowana taktyka musi skończyć dowód
- **idtac** — taktyka identycznościowa (nic nie zmienia; często w skryptach)
- **fail** — taktyka która zawsze zawodzi
- **match** — ....

# Match w konkluzji

```
Ltac find_if :=
  match goal with
  | [ ⊢ if ?X then _ else _ ] ⇒ destruct X
  end.
```

```
Theorem hmm : ∀ (a b c : bool),
  if a
  then if b
    then True
    else True
  else if c
    then True
    else True.
intros; repeat find_if; constructor.
Qed.
```

# Match w konkluzji

```
Ltac find_if :=
  match goal with
  | [ ⊢ if ?X then _ else _ ] ⇒ destruct X
  end.
```

```
Theorem hmm : ∀ (a b c : bool),
  if a
  then if b
    then True
    else True
  else if c
    then True
    else True.
intros; repeat find_if; constructor.
Qed.
```

## Context pattern

```
Ltac find_if_inside :=
  match goal with
  | [ ⊢ context[if ?X then _ else _] ] ⇒ destruct X
  end.
```

```
Theorem hmm2 : ∀ (a b : bool),
  (if a then 42 else 42) = (if b then 42 else 42).
  intros; repeat find_if_inside; reflexivity.
Qed.
```



# Context pattern

```
Ltac find_if_inside :=  
  match goal with  
  | [ ⊢ context[if ?X then _ else _] ] ⇒ destruct X  
  end.
```

```
Theorem hmm2 : ∀ (a b : bool),  
  (if a then 42 else 42) = (if b then 42 else 42).  
  intros; repeat find_if_inside; reflexivity.  
Qed.
```

## taktyka my\_tauto

```

Ltac my_tauto :=
  repeat match goal with
    | [  $H : ?P \vdash ?P$  ]  $\Rightarrow$  exact  $H$ 

    | [  $\vdash$  True ]  $\Rightarrow$  constructor
    | [  $\vdash$   $- \wedge -$  ]  $\Rightarrow$  constructor
    | [  $\vdash$   $- \rightarrow -$  ]  $\Rightarrow$  intro

    | [  $H :$  False  $\vdash -$  ]  $\Rightarrow$  destruct  $H$ 
    | [  $H : - \wedge - \vdash -$  ]  $\Rightarrow$  destruct  $H$ 
    | [  $H : - \vee - \vdash -$  ]  $\Rightarrow$  destruct  $H$ 

    | [  $H1 : ?P \rightarrow ?Q, H2 : ?P \vdash -$  ]  $\Rightarrow$  specialize ( $H1 H2$ )
  end.

```

# Semantyka match

Wewnątrz jednej gałęzi kontekst jest dopasowywany na wszystkie możliwe sposoby dopóki taktyka po  $\Rightarrow$  się nie powiedzie:

```
Theorem m2 :  $\forall P Q R : \text{Prop}, P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow Q$ .
  intros; match goal with
    | [ H : _  $\vdash$  _ ]  $\Rightarrow$  idtac H
  end.
```

Coq wypisuje "H1", dowód się nie udał...

# Semantyka match

Wewnątrz jednej gałęzi kontekst jest dopasowywany na wszystkie możliwe sposoby dopóki taktyka po  $\Rightarrow$  się nie powiedzie:

```
Theorem m2 :  $\forall P Q R : \text{Prop}, P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow Q$ .
  intros; match goal with
    | [ H : _  $\vdash$  _ ]  $\Rightarrow$  idtac H
  end.
```

Coq wypisuje "H1", dowód się nie udał...

# Semantyka match cd.

Poniższy skrypt zadziała:

```
match goal with
| [  $H : \_ \vdash \_$  ]  $\Rightarrow$  exact  $H$ 
end.
```

Qed.

Jeśli match ma wiele gałęzi to najpierw sprawdzane są wszystkie dopasowania pierwszej, potem wszystkie dopasowania drugiej, itd.

# Semantyka match cd.

Poniższy skrypt zadziała:

```
match goal with
| [  $H : \_ \vdash \_$  ]  $\Rightarrow$  exact  $H$ 
end.
```

Qed.

Jeśli match ma wiele gałęzi to najpierw sprawdzane są wszystkie dopasowania pierwszej, potem wszystkie dopasowania drugiej, itd.

## Semantyka match cd.

Taktyka *notHyp*  $P$  sprawdza, że  $P$  nie jest wśród założeń.

```

Ltac notHyp P :=
  match goal with
  | [ - : P ⊢ - ] ⇒ fail 1
  | - ⇒
    match P with
    | ?P1 ∧ ?P2 ⇒ first [ notHyp P1 | notHyp P2 | fail 2 ]
    | - ⇒ idtac
    end
  end.

```

Wywołanie **fail n** wychodzi z aktualnego bloku match (albo try) i zmniejsza licznik przy fail.

Dochodzimy do idtac jeśli  $P$  nie jest koniunkcją.

# Taktyki extend i completer

```
Ltac extend pf :=
  let t := type of pf in
    notHyp t; generalize pf; intro.
```

```
Ltac completer :=
  repeat match goal with
    | [ ⊢ _ ∧ _ ] ⇒ constructor
    | [ H : _ ∧ _ ⊢ _ ] ⇒ destruct H
    | [ H : ?P → ?Q, H' : ?P ⊢ _ ] ⇒ specialize (H H')
    | [ ⊢ ∀ x, _ ] ⇒ intro

    | [ H : ∀ x, ?P x → _, H' : ?P ?X ⊢ _ ] ⇒ extend (H X H')
  end.
```



# Taktyki extend i completer

```
Ltac extend pf :=
  let t := type of pf in
    notHyp t; generalize pf; intro.
```

```
Ltac completer :=
  repeat match goal with
    | [  $\vdash \_ \wedge \_$  ]  $\Rightarrow$  constructor
    | [  $H : \_ \wedge \_ \vdash \_$  ]  $\Rightarrow$  destruct H
    | [  $H : ?P \rightarrow ?Q, H' : ?P \vdash \_$  ]  $\Rightarrow$  specialize (H H')
    | [  $\vdash \forall x, \_$  ]  $\Rightarrow$  intro

    | [  $H : \forall x, ?P x \rightarrow \_, H' : ?P ?X \vdash \_$  ]  $\Rightarrow$  extend (H X H')
  end.
```

## Completer' — błędna wersja

```

Ltac completer' :=
  repeat match goal with
    | [ ⊢ _ ∧ _ ] ⇒ constructor
    | [ H : ?P ∧ ?Q ⊢ _ ] ⇒ destruct H;
      repeat match goal with
        | [ H' : P ∧ Q ⊢ _ ] ⇒ clear H'
      end
    | [ H : ?P → _, H' : ?P ⊢ _ ] ⇒ specialize (H H')
    | [ ⊢ ∀ x, _ ] ⇒ intro

    | [ H : ∀ x, ?P x → _, H' : ?P ?X ⊢ _ ] ⇒ extend (H X H')
  end.

```

Zmienna  $?Q$  została zastąpiona przez  $_$  w trzeciej gałęzi match;  
kwantyfikator uniwersalny zaczął tam pasować.

Section firstorder'.

Variable  $A : \text{Set}$ .

Variables  $P Q R S : A \rightarrow \text{Prop}$ .

Hypothesis  $H1 : \forall x, P x \rightarrow Q x \wedge R x$ .

Hypothesis  $H2 : \forall x, R x \rightarrow S x$ .

Theorem fo' :  $\forall (y x : A), P x \rightarrow S x$ .  
*completer'*.

$y : A$

$H1 : P y \rightarrow Q y \wedge R y$

$H2 : R y \rightarrow S y$

$x : A$

$H : P x$

=====

$S x$

# Użycie fresh

W rozwiązaniach FunOpt.v pojawiła się:

```
Ltac inv_te typexp :=  
  let t := fresh "t" in  
  destruct typexp as [t| ] ; [destruct t | idtac]; try congruence
```

fresh "t" generuje nową nazwę zaczynającą się na t

# Częściowa aplikacja specialize, semantyka ?w i match

W rozwiązaniach FunOpt.v pojawiła się:

```
Ltac sSome H :=
  match type of H with
  | forall t, _-> Some ?w=Some t -> _=> specialize H with w
  | forall t, _-> Some t=Some ?w -> _=> specialize H with w
  end.
```

```
Ltac autosS := match goal with [ H :_|- _] => sSome H end.
```

W dowodzie użyte repeat autosS.

# Częściowa aplikacja specialize, semantyka ?w i match

W rozwiązaniach FunOpt.v pojawiła się:

```
Ltac sSome H :=
  match type of H with
  | forall t, _-> Some ?w=Some t -> _=> specialize H with w
  | forall t, _-> Some t=Some ?w -> _=> specialize H with w
  end.
```

```
Ltac autosS := match goal with [ H :_|- _] => sSome H end.
```

W dowodzie użyte repeat autosS.

# Częściowa aplikacja specialize, semantyka ?w i match

W rozwiązaniach FunOpt.v pojawiła się:

```
Ltac sSome H :=
  match type of H with
  | forall t, _-> Some ?w=Some t -> _=> specialize H with w
  | forall t, _-> Some t=Some ?w -> _=> specialize H with w
  end.
```

```
Ltac autosS := match goal with [ H :_|- _] => sSome H end.
```

W dowodzie użyte repeat autosS.