Intuicjonistyczny rachunek zdań (procedura decyzyjna)

Zadanie niniejsze jest kontynuacją zadania domowego numer 1. Wprowadzony zostanie inny system dowodzenia dla intuicjonistycznego rachunku zdań, LJT* z pracy R. Dyckhoff "Contraction free sequent calculi for intuitionistic logic" *Journal of Symbolic Logic* 57(3) 1992.[1]

Państwa zadaniem będzie:

1. pokazanie równoważności obu systemów (rachunku Gentzena i LJT*)
2. pokazanie rozstrzygalności LJT*
3. (*) stworzyć taktykę dowodzącą tautologie intuicjonistyczne w Coqu
4. (*) przyglądając się dowodowi rozstrzygalności spróbować udowodnić pełność LJT*

Poniżej podana jest definicja systemu LJT*. Sekwent LJT*, $\Gamma \vdash \Delta$ to para multizbiorów formuł. W systemie nie ma reguł strukturalnych (ale trzeba pamiętać, że multizbiory nie biorą pod uwagę kolejności). Jest jeden aksjomat

$$\Gamma, A \vdash \Delta, A$$

Dla każdego symbolu jest pewna liczba reguł prawych i lewych.
Dla fałszu jest tylko reguła lewa, z pustym zbiorem przesłanek

$$\frac{}{\Gamma, \bot \vdash \Delta}$$

Dla koniunkcji jest jedna reguła lewa i jedna prawa:

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \wedge B \vdash \Delta} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, A \quad \Gamma \vdash \Delta, B}{\Gamma \vdash \Delta, A \wedge B}$$

Dla alternatywy – podobnie:

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, A, B}{\Gamma \vdash \Delta, A \vee B}$$

Dla implikacji jest jedna reguła prawa oraz aż cztery lewe, które intuicyjnie zastępują lewą regułę implikacji w systemie Gentzena. Każda z nich dopasowana jest do postaci poprzednika implikacji.

[1] Jest w bibliotece!

Reguła prawa

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash \Delta, A \to B}$$

Reguły lewe

$$\frac{\Gamma, B, p \vdash \Delta}{\Gamma, p \to B, p \vdash \Delta} \qquad \frac{\Gamma, A_1 \to (A_2 \to B) \vdash \Delta}{\Gamma, (A_1 \wedge A_2) \to B \vdash \Delta}$$

$$\frac{\Gamma, A_1 \to B, A_2 \to B \vdash \Delta}{\Gamma, (A_1 \vee A_2) \to B \vdash \Delta} \qquad \frac{\Gamma, B \vdash \Delta \quad \Gamma, A_2 \to B \vdash A_1 \to A_2}{\Gamma, (A_1 \to A_2) \to B \vdash \Delta}$$

W pierwszej regule symbol p oznacza formułę atomową – czyli zmienną zdaniową.

Jacek Chrząszcz, 11 kwietnia 2002 *ostatnia zmiana: 18 kwietnia 2002*