

Intuicjonistyczny rachunek zdań (procedura decyzyjna)

Zadanie niniejsze jest kontynuacją zadania domowego numer 1. Wprowadzony zostanie inny system dowodzenia dla intuicjonistycznego rachunku zdań, LJ T^* z pracy R. Dyckhoff “Contraction free sequent calculi for intuitionistic logic” *Journal of Symbolic Logic* 57(3) 1992.¹

Państwa zadaniem będzie:

1. pokazanie równoważności obu systemów (rachunku Gentzena i LJ T^*)
2. pokazanie rozstrzygalności LJ T^*
3. (*) stworzyć taktykę dowodzącą tautologie intuicjonistyczne w Coqu
4. (*) przyglądając się dowodowi rozstrzygalności spróbować udowodnić pełność LJ T^*

Poniżej podana jest definicja systemu LJ T^* . Sekwent LJ T^* , $\Gamma \vdash \Delta$ to para multizbiorów formuł. W systemie nie ma reguł strukturalnych (ale trzeba pamiętać, że multizbiory nie biorą pod uwagę kolejności). Jest jeden aksjomat

$$\Gamma, A \vdash \Delta, A$$

Dla każdego symbolu jest pewna liczba reguł prawych i lewych. Dla fałszu jest tylko reguła lewa, z pustym zbiorem przesłanek

$$\overline{\Gamma, \perp \vdash \Delta}$$

Dla koniunkcji jest jedna reguła lewa i jedna prawa:

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \wedge B \vdash \Delta} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, A \quad \Gamma \vdash \Delta, B}{\Gamma \vdash \Delta, A \wedge B}$$

Dla alternatywy – podobnie:

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, A, B}{\Gamma \vdash \Delta, A \vee B}$$

Dla implikacji jest jedna reguła prawa oraz aż cztery lewe, które intuicyjnie zastępują lewą regułą implikacji w systemie Gentzena. Każda z nich dopasowana jest do postaci poprzednika implikacji.

¹Jest w bibliotece!

Reguła prawa

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash \Delta, A \rightarrow B}$$

Reguły lewe

$$\frac{\Gamma, B, p \vdash \Delta}{\Gamma, p \rightarrow B, p \vdash \Delta} \quad \frac{\Gamma, A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow B) \vdash \Delta}{\Gamma, (A_1 \wedge A_2) \rightarrow B \vdash \Delta}$$
$$\frac{\Gamma, A_1 \rightarrow B, A_2 \rightarrow B \vdash \Delta}{\Gamma, (A_1 \vee A_2) \rightarrow B \vdash \Delta} \quad \frac{\Gamma, B \vdash \Delta \quad \Gamma, A_2 \rightarrow B \vdash A_1 \rightarrow A_2}{\Gamma, (A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow B \vdash \Delta}$$

W pierwszej regule symbol p oznacza formułę atomową – czyli zmienną zdaniową.

Jacek Chrzęszcz, 11 kwietnia 2002

ostatnia zmiana: 18 kwietnia 2002