# Porządki dobrze ufundowane

Zadanie ma na celu dowiedzenie pewnych własności rozszerzenia leksykograficznego danej relacji. Ewentualną kontynuacją byłoby zdefiniowanie rozszerzenia multizbiorowego i dowiedzenie dla niego podobnych własności.

Używane będzie pojęcie „pięknej relacji”, zdefiniowane następująco:

Relacja `ltA` $\in A \times A$ jest *piękna*, jeśli z każdego nieskończonego ciągu $\{a_i\}_{i\in\mathbf{N}}$ można wybrać pare indeksów $i < j$ t.że (`ltA` $a_i$ $a_j$) lub $a_i = a_j$.

Alternatywna (równoważna) własność definiująca piękność relacji to:
z każdego nieskończonego ciągu $\{a_i\}_{i\in\mathbf{N}}$ można wybrać podciąg $\{a_{i_j}\}_{j\in\mathbf{N}}$ t.że dla każdego $j$ zachodzi (`ltA` $a_{i_j}$ $a_{i_{j+1}}$) lub $a_{i_j} = a_{i_{j+1}}$.

Państwa zadaniem będzie:

1. obejrzenie i zrozumienie definicji rozszerzenia leksykograficznego danej relacji `ltA` na zbiorze `A` na listy elementów z `A` (Definicja `Ltl` jest w pliku theories/Relations/Relation_Operators.v i używa `leA` jako nazwy rozszerzanej relacji. Jednak nazwa `ltA` wydaje się sensowniejsza.[1])

2. zdefiniowanie `Ltlen` – ograniczenia `Ltl` do list o równej długości

3. dowiedzenie, że jeśli `ltA` jest dobrze ufundowane (definicja `well_founded` w pliku theories/Init/Wf.v), to `Ltlen` też jest dobrze ufundowane

4. zdefiniowanie pojęcia “bycia ostrym porządkiem” (chodzi o zdefiniowanie własności, które ostry porządek musi spełniać – w stylu definicji z pliku theories/Relations/Relation_Definitions.v)

5. dowiedzenie, że jeśli `ltA` jest ostrym porządkiem, to `Ltl` i `Ltlen` też są ostrymi porządkami

6. zdefiniowanie pięknej relacji

7. dowiedzenie, że każde rozszerzenie (w sensie zawierania relacji) pięknej relacji jest piękną relacją

[1]le – “less or equal”, lt – “less than” – rozszerzanie leksykograficzne relacji “nieostrej” nie wydaje się być sensowne

8. dowiedzenie, że rozszerzenie leksykograficzne z ograniczoną długością `Ltlen` pięknej relacji jest piękną relacją
9. (*)dowiedzenie, że każda piękna relacja jest dobrze ufundowana

*Jacek Chrząszcz, 11 kwietnia 2002* *ostatnia zmiana: 23 maja 2002*