

Zadania domowe z Analizy matematycznej II.2 – seria 1 (26.02.2018)

Rok akad. 2017/18, semestr zimowy, grupa nr 1

Zadanie 1. Obliczyć całkę

$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-xy-y^2} dx dy.$$

Zadanie 2. Obliczyć całkę

$$\iint_{\substack{0 \leq x \leq \pi \\ 0 \leq y \leq \pi}} |\cos(x+y)| dx dy.$$

Zadanie 3. Obliczyć objętość pełnego torusa w $\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z)\}$ powstałego przez obrót koła zawartego w płaszczyźnie $\{y = 0\}$ o promieniu $a > 0$ i środku $(b, 0, 0)$, $b > a$, wokół osi OZ .

Zadanie 4. Obliczyć objętość bryły będącej przecięciem dwóch walców o promieniu $r > 0$ i osiach zawartych w dwóch osiach współrzędnych w \mathbb{R}^3 .

Zadanie 5. Obliczyć objętość bryły będącej przecięciem trzech walców o promieniu $r > 0$ i osiach zawartych w trzech osiach współrzędnych w \mathbb{R}^3 .

Zadanie 6. Środkiem ciężkości jednorodnej bryły $A \subset \mathbb{R}^3$ nazywamy całkę wektorową

$$\frac{1}{\text{Leb}(A)} \iiint (x, y, z) dx dy dz \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\text{Leb}(A)} \left(\iiint x dx dy dz, \iiint y dx dy dz, \iiint z dx dy dz \right),$$

gdzie Leb jest miarą Lebesgue'a w \mathbb{R}^3 . Obliczyć środek ciężkości jednorodnej bryły

$$A = \{(x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq a\}, \quad a > 0.$$

Termin dostarczenia rozwiązań: 12.03.2018