

# Egzamin z Analizy Matematycznej I

Uniwersytet Warszawski  
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2014/15, semestr zimowy

4 lutego 2015 r.

**UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 3 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!**

1. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + \dots + (2n - 1)(2n + 1)}{n^3}.$$

2. Znaleźć zbiór wszystkich parametrów  $p \in \mathbb{R}$  takich, że szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3} - n}{n^p}$$

jest zbieżny.

3. Obliczyć granicę

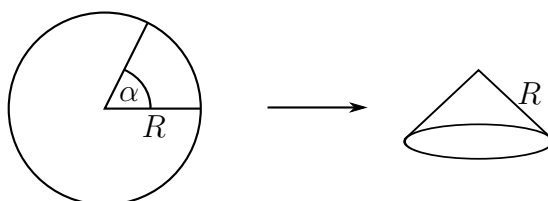
$$\lim_{x \rightarrow \pi} \left( \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{x - \pi} \right).$$

4. Znaleźć zbiór wszystkich parametrów  $w \in \mathbb{R}$  takich, że równanie

$$wx^2 - (w^2 + 3)x + 2 = 0$$

ma dwa pierwiastki rzeczywiste różnych znaków.

5. Znaleźć miarę łukową kąta  $\alpha$  wycinka kołowego, który należy usunąć z koła o danym promieniu  $R > 0$  tak, aby z pozostałej części koła zbudować stożek (bez podstawy) o maksymalnej objętości (patrz rysunek). Objętość stożka to jedna trzecia iloczynu pola podstawy stożka i jego wysokości.



6. Znaleźć zbiór wszystkich parametrów  $a, b, c \in \mathbb{R}$  takich, że parabola o równaniu

$$y = ax^2 + bx + c$$

ma styczną o równaniu  $y = 3x - 2$  w punkcie o pierwszej współrzędnej równej 1.