

Egzamin z Analizy Matematycznej II

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2014/15, semestr letni

17 czerwca 2015 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. Znaleźć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)} dx.$$

2. Obliczyć całkę niewłaściwą

$$\int_0^1 x^2 (\ln x)^2 dx.$$

3. Obliczyć minimum odległości punktów wykresu funkcji

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad x \in (0, +\infty)$$

od punktów wykresu funkcji

$$g(x) = -4x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

4. Niech

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

oraz

$$M = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^2 = 1, x = \frac{1}{2} \right\}.$$

Obliczyć maksimum i minimum funkcji f na zbiorze M .

5. Obliczyć

$$\iint_A e^{x+y} dx dy,$$

gdzie $A \subset \mathbb{R}^2$ jest trójkątem o wierzchołkach $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(3, 0)$.