

# Egzamin z Analizy Matematycznej II

Uniwersytet Warszawski  
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2012/13, semestr letni

3 września 2013 r.

**UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!**

1. Znaleźć granicę lub wykazać, że granica ta nie istnieje:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} \frac{x + y + \sin(xy)}{x^2 + y^2 + \sin^2(xy)}.$$

2. Obliczyć grad  $z(x, y)$  w punkcie  $(x, y) = (0, 0)$  dla funkcji uwikłanej  $z = z(x, y)$  określonej równaniem

$$z = \operatorname{tg}\left(xz + \frac{\pi}{4}\right) + \ln(yz + 1).$$

3. Znaleźć największą wartość współrzędnej  $x$  dla punktów zbioru

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^2 + z^2, x + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1\}.$$

4. Obliczyć pole obszaru domkniętego

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sin y \leq x \leq \pi - \sin y, 0 \leq y \leq 2\pi\}.$$

5. Obliczyć całkę podwójną

$$\iint_A \sin(x + y) \, dx dy,$$

gdzie

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}.$$