

# Egzamin z Analizy Matematycznej II

Uniwersytet Warszawski  
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2012/13, semestr letni

13 czerwca 2013 r.

**UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!**

1. Znaleźć granicę lub wykazać, że granica ta nie istnieje:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -\infty \\ y \rightarrow -\infty}} \frac{e^{2x} + e^{3y}}{e^x + e^y}.$$

2. Obliczyć grad  $z(x, y)$  w punkcie  $(x, y) = (0, 1)$  dla funkcji uwikłanej  $z = z(x, y)$  określonej równaniem

$$1 + xyz - \ln z = 0.$$

3. Znaleźć maksimum i minimum funkcji

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + x + 3y + 5z$$

na zbiorze

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2013\}.$$

4. Obliczyć całkę

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \operatorname{ctg} x \, dx.$$

5. Obliczyć całkę podwójną

$$\iint_A x(1 + y^2) \, dx dy,$$

gdzie

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq \sqrt[3]{x}\}.$$