

Egzamin z Analizy Matematycznej

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2011/12, semestr zimowy

26 stycznia 2012 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 3 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. Znaleźć granicę ciągu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{e^{\frac{1}{n}} + 1}{2} \right)^n.$$

2. Z badać, dla jakich $c \in \mathbb{R}$ zbieżny jest szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c^n}{n}.$$

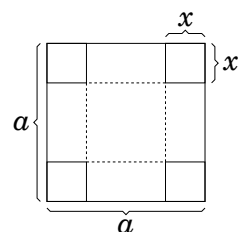
3. Znaleźć granicę funkcji

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{\sin^2 x}.$$

4. Wskazać przykład funkcji f spełniającej dany warunek lub wykazać, że taka funkcja nie istnieje:

- (a) $f : (0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ciągła i różnowartościowa.
- (b) $f : (0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ciągła i „na”.
- (c) $f : (0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ciągła, różnowartościowa i „na”.
- (d) $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ciągła, różnowartościowa i „na”.

5. Z kwadratowej kartki o boku długości a wycięto w czterech rogach jednako-
we kwadraty o boku długości x , a następnie zagięto kartkę wzdłuż linii przery-
wanych (jak na rysunku) tworząc prostopadłościenne pudełko bez pokrywki.
Dla jakiego x otrzymane pudełko ma największą objętość? Obliczyć tę objętość.



6. Stosując podstawienie $y = \sqrt[3]{x} - 1$ obliczyć całkę

$$\int \frac{dx}{x - \sqrt[3]{x^2}}.$$