

Egzamin poprawkowy z Analizy Matematycznej

Wydział Nauk Ekonomicznych

8 września 2009 r.

UWAGA: Każde zadanie piszemy na oddzielnych kartkach, każda kartka ma być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 10 pkt. Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

UWAGA: Osoby, które nie zaliczyły ćwiczeń, będą pisać dodatkową część egzaminu!

1. Rozstrzygnąć, czy ciąg

$$a_n = \sin \frac{1}{1^2} + \sin \frac{1}{2^2} + \cdots + \sin \frac{1}{n^2}$$

ma skończoną granicę przy $n \rightarrow \infty$.

2. Znaleźć wszystkie $a, b \in \mathbb{R}$, takie że funkcja

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{2x}} & \text{dla } x < 0, \\ ax + b & \text{dla } 0 \leq x \leq 1, \\ (x-1)^{x-1} & \text{dla } x > 1 \end{cases}$$

jest ciągła.

3. Rozstrzygnąć, ile pierwiastków (rzeczywistych) ma równanie

$$2^x = 100x.$$

4. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z$$

na zbiorze $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 60\}$.

5. Magazyn, składający się z podłogi, czterech ścian i dachu, ma kształt prostopadłościanu i objętość 1000 m^3 . Koszt wybudowania podłogi to 20 zł/m^2 , koszt wybudowania ściany to 30 zł/m^2 , a koszt wybudowania dachu to 40 zł/m^2 . Jakie powinny być wymiary magazynu, aby koszt jego wybudowania był najmniejszy? Jaki jest ten minimalny koszt?

6. Obliczyć całkę oznaczoną

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg} x \, dx.$$