

Zadania z matematyki dla studentów gospodarki przestrzennej

Zmienne losowe

1 Rzucamy raz kostką i trzy razy monetą. Zmienna losowa X jest równa 1, gdy na kostce wypadło pięć lub sześć oczek, a w przeciwnym przypadku -2 . Zmienna Y jest równa liczbie orłów.

Określić rozkład zmiennych losowych: X , Y , $X + Y$, XY . Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennych X , Y , $X + Y$, XY oraz określić ich wariancję i odchylenie standardowe.

2 Rzucamy jednocześnie kostką i monetą. Określamy zmienną losową X :

— jeśli wypadnie orzeł, to $X = 4$

— jeśli wypadnie reszka, to $X =$ ilość oczek na kostce.

Znaleźć rozkład, dystrybuantę, wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe.

3 Wykaż, że ciąg p_n zadaje prawdopodobieństwo na zbiorze liczb całkowitych dodatnich.

a. $p_n = \frac{2}{3^n}$

b. $p_n = \frac{1}{n(n+1)}$

4 Rzucamy nieuczciwą monetą (prawdopodobieństwo orła $1/10$, a reszki $9/10$). Rzucamy dopóki nie wypadnie orzeł. Zmienna losowa X jest równa ilości rzutów. Znaleźć rozkład, dystrybuantę i wartość oczekiwaną.

5 Zmienna losowa X osiąga tylko wartości całkowite dodatnie, przy czym $P(X = k) = \frac{6}{7^k}$. Oblicz $E(X)$.

6 W worku jest 30 000 000 kul, z czego 55% stanowią kule czarne, a 45% białe. Robimy sondaż: losowo wyciągamy 1000 kul. Jakie jest prawdopodobieństwo, że

a. wylosujemy $45 \pm 1\%$ kul białych,

b. wylosujemy co najmniej 46% kul białych,

c. wylosujemy więcej kul białych niż czarnych,

d. wylosujemy co najmniej 52% kul białych.

Uwaga: W zadaniu występują duże liczby. Dokładne wykonanie obliczeń jest praktycznie niemożliwe. Przybliżony wynik będziemy umieli obliczyć podać, jak tylko na wykładzie pojawi się rozkład normalny i twierdzenie graniczne.