

Zadania o rozkładzie normalnym: przedział ufności i testowanie hipotez.

Zadania 1-6 do samodzielnego rozwiązania w domu (powtórzenie).

1 Dla zmiennej losowej o rozkładzie normalnym ze średnią 410 i odchyleniem standardowym 2 wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przyjmie ona wartość mniejszą między 407 a 415.

2 Dla zmiennej losowej o rozkładzie normalnym ze średnią 500 i odchyleniem standardowym 20 wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przyjmie ona wartość większą niż 555.

3 Dla zmiennej losowej o rozkładzie normalnym ze średnią -44 i odchyleniem standardowym 16 wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przyjmie ona wartość dodatnią.

4 Dla zmiennej losowej o rozkładzie normalnym ze średnią 674 i odchyleniem standardowym 55 wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przyjmie ona wartość mniejszą niż 600.

5 Czas oczekiwania na połączenie telefoniczne z pewnym biurem jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o średniej równej 45 sekund z odchyleniem standardowym 10 sekund. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że połączę się z tym biurem w ciągu 40 sekund. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że będę musiał czekać ponad 70 sekund.

6 Czas oczekiwania na połączenie telefoniczne z pewnym biurem jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o średniej równej 45 sekund z odchyleniem standardowym 10 sekund. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że połączę się z tym biurem w ciągu 40 sekund. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że będę musiał czekać ponad 70 sekund.

7 Z wieloletnich badań wynika, że średnia temperatura w lipcu na Hali Gąsienicowej o godz. 12 GMT wynosi 13,7 stopnia z odchyleniem standardowym 2,2 stopnia. Pewnego roku średnia wyniosła 10 stopni. Czy można uważać, klimat na Hali Gąsienicowej się zmienił?

8 Załóżmy, że przez n kolejnych lat średnia temperatura lipca na Hali Gąsienicowej wynosi dokładnie 15 stopni. Wyznaczyć n tak, żeby na poziomie istotności 5% można było przyjąć hipotezę o zmianie średniej temperatury na Hali Gąsienicowej.

9 W folderze reklamowym kurortu Kociomruczki znalazło się zdanie: Średnia temperatura lata waha się między 16 a 20 stopni. Pomiar temperatury w ciągu 56 dni lata dał wyniki:

10,3 16,2 22,0 17,9 17,9 14,5 13,4 17,8
24,8 20,9 15,8 23,6 24,4 13,7 15,8 12,1
18,7 22,6 13,1 15,3 12,6 18,3 16,1 20,5
17,5 18,0 15,0 15,6 18,0 14,5 22,1 11,8
13,0 11,8 21,8 20,8 16,5 21,7 19,8 16,0
24,0 10,7 12,9 17,3 23,6 13,3 11,8 22,1
11,3 20,3 21,1 17,8 14,1 16,9 10,2 18,0

Wyznaczyć p -stwo, że średnia temperatura jest między 16 a 20 stopni.

10 Badania wykazały, że średnie zużycie paliwa w pewnym modelu samochodu wynosi 7 litrów na 100 km. Wprowadzono nowy model. 50 jazd próbnych dało średnią 6,9 z odchyleniem standardowym 0,04. Czy na poziomie istotności 0,05 firma może twierdzić, że nowy model zużywa

mniej paliwa?

11 Firma produkująca opony samochodowe zakłada, że opona wytrzyma średnio 50000 km z odchyleniem 5000 km. Firma chce dać gwarancję i wymieniać bezpłatnie przedwcześnie zużyte opony, tak jednak, by nie wymieniać więcej niż 10 procent opon. Na ile kilometrów powinna opiewać gwarancja? Zakładamy, że rozkład prawdopodobieństwa jest normalny.

12 Makler giełdowy analizuje zyski. Losowa próbka 15 spółek dała przeciętną roczną stopę zwrotu $= 0,37\%$ z odchyleniem standardowym $s = 3,5\%$. Zakładając, wielkość zysku podlega rozkładowi normalnemu, podać 95% przedział ufności dla średniej.

13 Właściciel stacji benzynowej chce poznać, ile litrów paliwa tankuje przeciętny kierowca. Losowa próbka 50 tankowań dała średnią wielkość 28,5 litra z odchyleniem standardowym 5,6 litra. Właściciel chce dawać misia pluszowego kierowcom, którzy tankują jednorazowo ponad 45 litrów. Zakładając, że dziennie stację odwiedza 1000 klientów, ile pluszowych misiów powinien przygotować na pierwszy dzień akcji?

14 W sytuacji z poprzedniego zadania, właściciel przygotował 2 razy mniej misiów. Jak powinien ustawić limit, od którego kierowcom należy się prezent?

15 Wyciągamy (i zwracamy) karty z pełnej talii (52 karty).

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że ciągnąc 10 razy dokładnie dwa razy wyciągniemy kartę z liczbą podzielną przez 2?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że ciągnąc 300 razy wyciągniemy kartę z liczbą podzielną przez 2 co najmniej 118 razy?

c) Nasz kolega wyciąga kartę 300 razy. My liczymy ilość kart z liczbą podzielną przez 2. Ile by musiało ich być abyśmy uznali z 95-cio procentową pewnością, że kolega oszukuje (tzn. określić obszar krytyczny dla testu jednostronnego hipotezy, że kolega jest uczciwy)?

17. Wiadomo, że średnia krajowa długość łapy dzięcioła zielonego wynosi 4,2cm z odchyleniem standardowym 0.7 cm. Zakładamy, że długość łapy ma rozkład normalny.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że przypadkowo zaobserwowany dzięcioł ma łapę dłuższą niż 4.3cm?

b) Jakie jest odchylenie standardowe średniej długości łapy, jeśli średnia jest liczona z grupy 15 dzięciołów?

c) W lesie Radziejewskim leśnik zmierzył łapy u 15 dzięciołów. Otrzymał średnią 4.4cm. Czy może twierdzić, że dzięcioły w jego lesie mają łapy innej długości niż w reszcie Polski? (Zastosować test dwustronny o istotności 5%.)