

## Badanie funkcji

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2-4} = 1 + 4(x^2 - 4)^{-1}$$

zero dla  $x = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 2^\pm} f(x) = \pm\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^\pm} f(x) = \mp\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$$

$$f'(x) = -4(x^2 - 4)^{-2} 2x = -8x(x^2 - 4)^{-2}$$

lokalne maksimum dla  $x = 0$

rośnie dla  $x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 0)$

maleje dla  $x \in (0, 2) \cup (2, +\infty)$

$$f''(x) = -8((x^2 - 4)^{-2} + x(-2(x^2 - 4)^{-3}2x))$$

$$= -8(x^2 - 4)^{-3}((x^2 - 4) - 4x^2) =$$

$$= -8(x^2 - 4)^{-3}(-4 - 3x^2) = (x^2 - 4)^{-3}(\text{cos' dodatniego})$$

wypukła dla  $x \in (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

wklęsła dla  $x \in (-2, 2)$

