Odpowiedzi do zadań przygotowawczych do drugiego kolokwium

wersja 2.0

1a

$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} = -\left(\frac{\sin(y+z)}{(x+y)^2}\right)$

$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 y} = \frac{2\cos(y+z)}{x+y} - \frac{\sin(y+z)}{(x+y)^2} - \ln(x+y)\sin(y+z)$

$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 z} = -\left(\ln(x+y)\sin(y+z)\right)$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\cos(y+z)}{x+y} - \frac{\sin(y+z)}{(x+y)^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = \frac{\cos(y+z)}{x+y}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = \frac{\cos(y+z)}{x+y} - \ln(x+y)\sin(y+z)$

1b

$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} = \frac{-2\,x\,y^3\,z^3}{(1+x^2\,y^2\,z^2)^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 y} = \frac{-2\,x^3\,y\,z^3}{(1+x^2\,y^2\,z^2)^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 z} = \frac{-2\,x^3\,y^3\,z}{(1+x^2\,y^2\,z^2)^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{-2\,x^2\,y^2\,z^3}{(1+x^2\,y^2\,z^2)^2} + \frac{z}{1+x^2\,y^2\,z^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \frac{-2\,x^2\,y^3\,z^2}{(1+x^2\,y^2\,z^2)^2} + \frac{y}{1+x^2\,y^2\,z^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = \frac{-2\,x^3\,y^2\,z^2}{(1+x^2\,y^2\,z^2)^2} + \frac{x}{1+x^2\,y^2\,z^2}$

2a $(13e^{14}, 25e^{14}, 37e^{14})$

2b $(2, 2, 2, 2, 2)$

3a Równanie: $2x - z = 1$.
Proste: $L_1 : (t, t-1, 2t-1)$, $L_2 : (t, -t+1, 2t-1)$.

3b Równanie: $\cos(t)x + \sin(t)y - z = 0$

4a Nie ma lokalnych ekstermów (punkt $(1, -5/2, 2)$ jest siodłowy).

4b Jedynie $(-2, 3, -2)$ jest lokalnym ekstremum (minimum).

4c Punkty postaci $x = -y = (k + \frac{3}{4})\pi$ są lokalnymi minimami. Prócz tego jest nieskończenie wiele punktów siodłowych.

5 infimum=-8 przjęte w punkcie (0,4), supremum=0 przyjęte w punkcie (0,0).

6 infimum=0 przjęte w punkcie (0,0), supremum=4 przyjęte w punkcie (1,1).

7 infimum=$1-2\sqrt{3}$ przjęte w punkcie $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$, supremum=$1+2\sqrt{3}$ przyjęte w punkcie $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$.

8 infimum=0 przjęte w punktach (1,0,0) i (0,1,0), supremum=1 przyjęte w punkcie (0,0,1).

9a $\ln(2)$

9b 1