

1. Znaleźć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + 1000n^2}{n^n}.$$

2. Zbadać funkcję (zera, przedziały monotoniczności, wypukłości, ekstrema)

$$f(x) = x^3 e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Znaleźć maksimum i minimum tej funkcji na przedziale $[1, 100]$.

3. Znaleźć granicę $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) \sin(5x^7)}{x^5 \sin(3x^4)}$.

4. Niech $A \subset \mathbf{R}^2$ będzie zbiorem opisanym nierównościami $y^2 - x^2 \geq 0$ oraz $y^2 \leq 4$. Znaleźć minimum i maksimum funkcji $f(x, y) = x^2 + 2y + y^2$ na zbiorze A .

5. Niech P będzie płaszczyzną styczną w punkcie $(1, 1, 1)$ do zbioru

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : xy^2z^3 = 1\}.$$

Znaleźć przecięcie płaszczyzny P z trzema osiami układu współrzędnych.

6. Niech $f(x, y, z) = \sin(\pi y) + e^{x^2 + xz + z^2}$. Znaleźć lokalne ekstrema tej funkcji.