

## A

1. Znaleźć granice ciągów

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 64}{n - 4} \qquad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4^n - 2^n 100n} - \sqrt{4^n - 2^n n^{100}}}{n^{100}}$$

2. Znaleźć granice funkcji

$$a) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4} \qquad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{\ln(1 + 7x) \sin(5x)}$$

3a. Uzasadnić, że dla  $x > 0$  istnieje conajmniej jedno rozwiązanie równania

$$\ln(x) + x = 0.$$

3b. Uzasadnić, że równanie

$$\cos(3x) = 4x$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie.

4. Zróżniczkować funkcje

$$a) \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \qquad b) \cos(\ln(4x^3) - \arctg(2^x))$$

5. Zbadać funkcję

$$f(x) = \frac{x^2 + 7x + 8}{x - 1}$$

Podać miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, wypukłości. Znaleźć lokalne maksima i minima. Naszkicować wykres funkcji. Dla  $x \in (1, 10)$  znaleźć infimum i supremum. Czy są one osiąmane?