

## Plan wykładu nr 9: Ekstrema funkcji wielu zmiennych

### Szczegóły:

M. Krych: *skrypt - Funkcje wielu zmiennych, różniczkowalność*

Krysicki-Włodarski: **Tom II**, roz. I.12-17

- Ekstrema funkcji kwadratowych
  - ◇ przykłady dla dwóch zmiennych:  $f(x, y) = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2$ ;
  - ◇ warunek na to by zero było lokalnym ekstremum
  - ◇ znaczenie wyróżnika  $D = AC - B^2$
- Macierz drugich pochodnych
  - ◇ lemat Schwarza;
- Kwadratowe przybliżenie funkcji  $f : \mathbf{R}^k \rightarrow \mathbf{R}$ :

$$f(x_0 + v) \simeq f(x_0) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_0)v_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(x_0)v_i v_j$$

- Funkcje (formy) kwadratowe wielu zmiennych  $\mathbf{R}^k \rightarrow \mathbf{R}$ 
  - ◇ kryterium Sylwestera
  - ◇ gdy  $k = 2$  kryterium redukuje się do warunku  $D > 0$ ;
- Przykład szukania ekstremów lokalnych
  - ◇  $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^3 + y^2 - 3y$
  - ◇  $f(x, y) = xy(x + y - 3)$
- *Na ćwiczenia: 4,5 z kartki 19, zadania z Krysickiego-Włodarskiego §1.16*