

Plan wykładu nr 3: Funkcje, granice, ciągłość

Szczegóły: M. Krych, *Skrypt dla studentów ekonomii, roz. Funkcje Ciągłe*

- Uzupełnienie poprzedniego wykładu:
Porównanie tempa zbieżności do zera/nieskończoności przez liczenie granicy ilorazu: $\ln(n) \prec n \prec n^k \prec q^n$ (dla $k > 1, q > 1$)
- Dziedzina, przeciwdziedzina funkcji, funkcja odwrotna.
Przykłady:
 - ◇ $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
 - ◇ $\arctg : [-\infty, \infty] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
- Granica funkcji w punkcie: definicja Heinego (ciągowa) i Cauchy'ego (epsilonowo-deltowa). Granice niewłaściwe i jednostronne.
- Twierdzenie o granicy trzech funkcji $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$
- Funkcje monotoniczne i istnienie granicy funkcji monotonicznej
- Przykłady: granice w zerze
 - ◇ $\frac{\sin(x)}{x}$ (oszacowanie $x \cos(x) < \sin(x) < x$ dla $x > 0$)
 - ◇ $\frac{e^x - 1}{x}$ (oszacowanie $1 + x \leq e^x \leq \frac{1}{1-x}$ dla $x \in \mathbf{R}$)
 - ◇ $\frac{\ln(x+1)}{x}$ (oszacowanie $\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$ dla $x > -1$)
- Funkcje ciągłe
- Przykłady: wielomiany, e^x , $\ln(x)$, funkcje trygonometryczne
- Operacje na funkcjach ciągłych: operacje arytmetyczne, złożenie