

Zadania domowe na 22 stycznia

Zadanie 1

Niech $\phi : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ będzie przekształceniem liniowym, którego macierz w bazie standardowej jest równa

$$M(\phi)_{st}^{st} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Znaleźć macierz przekształcenia ϕ w bazie

$$\alpha_1 = (1, -1, 0, 0), \quad \alpha_2 = (0, 1, -1, 0), \quad \alpha_3 = (0, 0, 1, -1), \quad \alpha_4 = (0, 0, 1, 1).$$

Wskażać podprzestrzeń $V \subset \mathbb{R}^4$ składającą się z wektorów takich, że $\phi(v) = 2v$. Znaleźć bazę V . Znaleźć rozkład \mathbb{R}^4 na sumę prostą $\mathbb{R}^4 = V \oplus W$ o tej własności, że $\phi(W) \subset W$.

Zadanie 2

Obliczyć wyznacznik macierzy $n \times n$

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 5 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 7 \end{vmatrix}.$$

Zadanie 3

Dane są macierze

$$A_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & t & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Obliczyć $\det(B)$. Obliczyć wyznacznik macierzy

$$(B^T)^4 \cdot (A_t)^3 \cdot B^{-4}$$

w zależności od parametru $t \in \mathbb{R}$.

Zadanie 4

- Znaleźć macierz rozmiaru 3×3 składającą się z 0 i 1 o możliwie największym wyznaczniku.
- * Czy istnieje macierz 3×3 składająca się z liczb z przedziału $[0,1]$, której wyznacznik byłby większy od 2?