

# Zadanie domowe na 27.10

20 października 2023

## Zadanie 1

Niech  $n \geq 3$ . Rozwiąż, w zależności od  $n$ , rzeczywisty układ równań  $n$  zmiennych:

$$\begin{cases} x_i + x_{i+1} = 1 & (1 \leq i \leq n-1) \\ x_n + x_1 = 0. \end{cases}$$

## Zadanie 2

Znajdź rozwiązanie ogólne następującego układu równań liniowych o współczynnikach w  $\mathbb{Z}_{17}$ :

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

## Zadanie 3

Znajdź wszystkie rozwiązania, wyznaczając części rzeczywiste i zespolone oraz uzasadniając obliczenia odpowiednio.

- $3|z|z = \bar{z}^3$ ,
- $z = \left(\frac{-2-2i\sqrt{3}}{1+i}\right)^8$ ,
- $z^4 - 4z^3 + 11z^2 - 14z + 10 = 0$ , wiedząc że jednym z rozwiązań jest  $1 - 2i$ .

## Zadanie 4

Znajdź wielomian  $f(z)$  o całkowitych współczynnikach, którego jedynymi pierwiastkami są pierwiastki pierwotne z 1 stopnia 15.

*Przypomnienie:*

*Liczba  $z \in \mathbb{C}$  jest pierwiastkiem pierwotnym z 1 stopnia  $n$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $z^n = 1$  oraz  $z^m \neq 1$  dla  $0 < m < n$ .*