

Zadania do rozwiązania przy tablicy 16-17 października

1 Niech p będzie liczbą pierwszą.

- a) Znaleźć sumę elementów \mathbb{Z}_p .
- b) Znaleźć iloczyn niezerowych elementów \mathbb{Z}_p ,

2 Rozwiązać układ równań liniowych

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 3x + 6y = 1 \end{cases}$$

- a) w ciele \mathbb{Z}_{11}
- b) w ciele \mathbb{Z}_7

3 W zbiorze liczb zespolonych rozwiązać równania

- a) $z^8 = 1$,
- b) $z^{12} = 1$,
- c) $z^4 = (1 - i)^4$,
- d) $(z - 1)^6 = (i - z)^6$,

(Odpowiedzi do poniższych zadań szukaj w [Kostykin, Zbiór zadań z algebry, roz 5])

4 Znaleźć część rzeczywistą i urojoną liczby

- a) $(1 + i)^{1000}$
- b) $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}\right)^{30}$

Wskazówka: zapisać liczbę w postaci trygonometrycznej.

5 Rozwiązać równania liniowe o współczynnikach zespolonych

- a) $\begin{cases} (1 + i)z_1 + (1 - i)z_2 = 1 + i \\ (1 - i)z_1 + (1 + i)z_2 = 1 + 3i \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x + iy - 2z = 10 \\ x - y + 2iz = 20 \\ ix - 3iy - (1 + i)z = 30 \end{cases}$