Zadania na ćwiczenia 27 października

Zadanie 1.
Dla $\varepsilon \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ definiujemy podzbiór zbioru liczb rzecywistych

$$A_{\varepsilon,m} = \{x \in \mathbb{R} \ : \ |x - \tfrac{1}{m}| < \varepsilon\}\,.$$

Opisać zbiory

$$\bigcap_{\varepsilon>0} \ \bigcup_{m\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} A_{\varepsilon,m}\,, \qquad \bigcup_{m\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} \ \bigcap_{\varepsilon>0} A_{\varepsilon,m}\,,$$

$$\bigcap_{\varepsilon>0} \ \bigcap_{m\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} A_{\varepsilon,m}\,, \qquad \bigcap_{m\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} \ \bigcap_{\varepsilon>0} A_{\varepsilon,m}\,,$$

$$\bigcap_{\varepsilon>0} \ \bigcup_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} \ \bigcap_{m\geqslant n} A_{\varepsilon,m}\,.$$

Zadanie 2.
Przypomnienie: $X^Y \subset \mathcal{P}(X \times Y)$ *oznacza zbiór funkcji z* Y *to* X*.*
Niech A, B, C będą zbiorami.

1) Czy prawdą jest, że $A^{B\cup C} = A^B \times A^C$?

2) Załóżmy, że $B \cap C = \emptyset$. Czy prawdą jest, że $A^{B\cup C} = A^B \times A^C$?

3) Załóżmy, że $B \cap C = \emptyset$. Wskazać bijekcję $A^{B\cup C} \to A^B \times A^C$?

4) Nie zakładamy, że $B \cap C = \emptyset$. Skonstruować zbiór D oraz bijekcję $A^D \to A^B \times A^C$.

Zadanie 3.
Niech A, B, C będą zbiorami. Wskazać bijekcję

$$(A^B)^C \to (A^C)^B\,.$$