

## Zadania na ćwiczenia 20 października

Zadanie 1.

Niech  $X$  będzie zbiorem. Definiujemy funkcję  $\chi : \mathcal{P}(X) \rightarrow \{0, 1\}^X$  wzorem

$$\chi(A) : X \longrightarrow \{0, 1\},$$
$$\chi(A)(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x \in A, \\ 0 & \text{gdy } x \notin A. \end{cases}$$

Na zbiorze funkcji  $\{0, 1\}^X$  mamy działania dodawania i mnożenia „po wartościach”

$$(f + g)(x) := f(x) + g(x) \pmod{2}, \quad (f \cdot g)(x) := f(x)g(x).$$

Udowodnić, że

$$\chi(A \Delta B) = \chi(A) + \chi(B), \quad \chi(A \cap B) = \chi(A) \cdot \chi(B).$$

*Uwaga: Zamiast  $\chi(A)$  zwykle piszemy  $\chi_A$  i nazywamy funkcją charakterystyczną zbioru  $A$ .*

Zadanie 2.

Udowodnić, że nie istnieje zbiór  $X$  taki, że  $\mathcal{P}(X) \subset X$ .